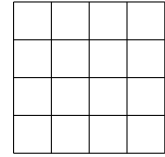


1. Az ábrán látható táblázat minden kis négyzete 1 cm oldalhosszúságú. A kis négyzetek határvonalait akarjuk lefedni. Meg lehet-e ezt tenni



- a) 5 db 8 cm hosszú,                      b) 8 db 5 cm hosszú cérnával?

2. a) Milyen pozitív egész  $n$ -ekre igaz, hogy  $6^n - 1$  osztható 7-tel?

b) Bizonyítsátok be, hogy  $7^n - 1$  semmilyen pozitív egész  $n$ -re nem osztható  $6^n - 1$ -gyel.

3. A játszótéren 25 gyerek áll úgy, hogy a köztük fellépő távolságok mind különbözőek. Kezdetben mindegyiküknél egy labda van. Ha a tanár megfújja a sípját, minden gyerek eldobja az összes nála lévő labdát a hozzá legközelebb álló gyerekeknek.

a) Lehetséges-e, hogy néhány sípszó után az összes labda egy gyereknél van?

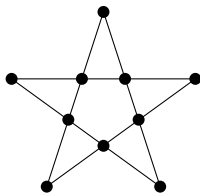
b) Igazoljátok, hogy egyik gyerekhez se kerülhetett ötnél több labda az első sípszó után.

Ezután a 25 gyerek egy másik játékba kezd. Továbbra is úgy állnak, hogy a köztük fellépő távolságok mind különbözőek, és kezdetben mindenkinél egy labda van. Az első sípszó után minden gyerek eldobja a labdát a hozzá legközelebb álló gyerekeknek. Ám a második sípszóra mindenki úgy dobja el a nála lévő labdákat, hogy ha valakihez  $k$  labda került az első sípszó után, akkor a hozzá legközelebb álló  $k$  gyerekeknek dob egyet-egyét.

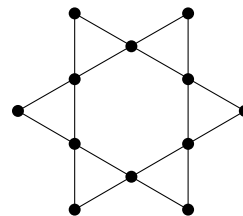
c) Lehetséges-e, hogy ezután mindenkinél pontosan egy labda lesz?

4. Legyenek az  $A_i B_i C_i D_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) trapézok hasonlóak és azonos körüljárási irányúak, az  $A_i$ -nél és  $B_i$ -nél lévő szögek  $60^\circ$ -osak, továbbá az  $A_1 B_1$ ,  $B_2 C_2$  és  $A_3 D_3$  oldalak párhuzamosak. A  $B_i D_{i+1}$  és  $C_i A_{i+1}$  egyenesek a  $P_i$  pontban metszik egymást (az indexek ciklikusan értendők, azaz  $A_4 = A_1$  és  $D_4 = D_1$ ). Mutassátok meg, hogy a  $P_1$ ,  $P_2$  és  $P_3$  pontok egy egyenesre esnek.

5. a) Lehet-e az ábrán látható 10 ponthoz úgy odaírni a számokat 1-től 10-ig (mind-egyiket pontosan egyszer), hogy minden szakaszon a rajta szereplő négy szám összege ugyanannyi legyen?



b) Lehet-e az ábrán látható 12 ponthoz úgy odaírni a számokat 1-től 12-ig (mindegyiket pontosan egyszer), hogy minden szakaszon a rajta szereplő négy szám összege ugyanannyi legyen?



*Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amin szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat száma. Minden helyes és megfelelően indokolt feladatmegoldás 10 pontot ér. Összesen 50 pont szerezhető.*

*A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!*