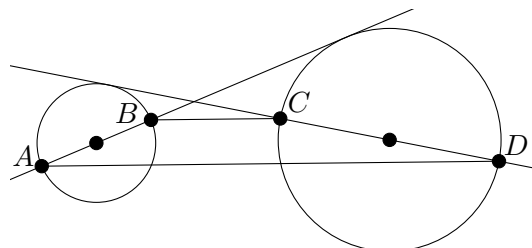


1. Adott a síkon két kör és az egyikben az A és B , a másikon pedig a C és D pontok az ábrán látható módon. Az AB egyenes átmegy az első kör középpontján és érinti a második kört, míg a CD egyenes átmegy a második kör középpontján és érinti az első kört. Bizonyítsátok be, hogy az AD és a BC egyenesek párhuzamosak.



2. Hat (nem feltétlenül különböző) pozitív egész számból az összes lehetséges módon kiválasztunk kettőt, összeadjuk őket, és leírjuk ezeket az összegeket. A leírt számok között legfeljebb hány különböző prímszám fordulhat elő?

3. Egy derékszögű koordinátarendszer minden rácspontját három szín valamelyikével színeztük, és minden színt legalább egyszer használtunk. Bizonyítsátok be, hogy ekkor van olyan derékszögű háromszög, melynek csúcsai páronként különböző színű rácspontok (a háromszög befogóinak nem kell a koordinátatengelyekkel párhuzamosaknak lenniük).

4. Négy rab áll egymás mögött egy sorban. Az örök a fejükre hat, 1-től 6-ig számozott sapka közül tesznek egyet-egyét, tehát mindenki különböző sorszámú sapkát kap. Minden rab csak a sorban előtte állók sapkáját látja. Hátról előre egyesével tippelhetnek a saját sapkájuk számára (tehát először az tippel, aki a három előtte álló sapkáját látja). Olyan számra nem tippelhetnek, amely már korábban elhangzott. Hány biztosan jó tipp érhető el, ha a rabok a stratégiájukat előre megbeszélhetik?

5. Adott a síkon véges sok piros, kék és sárga pont, semelyik három nincs egy egyenesen. Bármely piros háromszögben van kék pont, bármely kék háromszögben van sárga pont, és bármely sárga háromszögben van piros pont.

a) Keressetek minél jobb felső korlátot a pontok számára.

b) Adjatok konstrukciót minél több ponttal.

6. Játék: Az Albrecht Dürer Biokémiai Kutatólaboratóriumban fejlesztették ki a következő játékot. A játék kezdetén a szervezők a kapott pálya alsó sorának néhány mezőjére tesznek egy-egy baktériumot (bábút), a legfelső sorban pedig kijelölnek néhány (nem feltétlenül szomszédos) CÉL mezőt. Ezután a Támadó kezd, majd felváltva lépnek a Védekezővel. A Támadó egy körben az alábbi háromféle lépés egyikét választhatja:

1. Egy mezőn lévő összes baktériummal egyszerre balra vagy jobbra lép egyet.
2. Egyetlen baktériummal előre ugrik két sornyt.
3. Kijelöl egy mezőt, ahol végbemegy a sejtosztódás. Ekkor az ezen mezőn lévő összes baktérium osztódik: és mindegyikből egy-egy példány balra előre, ill. jobbra előre lép.

A Védekező minden körben eltávolíthat egy baktériumot a pályáról. A Támadó akkor nyer, ha legalább egy baktérium bejut valamelyik CÉL mezőbe; a Védekező pedig akkor, ha az összes baktérium eltűnt a pályáról. Ha egy baktérium a pályán kívülre kerül egy lépéssel, akkor eltávolítottnak minősül.

Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el a pálya ismeretében, hogy a Támadó vagy a Védekező bőrébe szeretnétek bújni.