Döntő

2017. február 11.

Váltóverseny

9 - 10. osztályosok

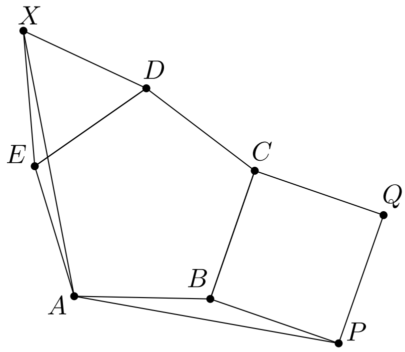
C kategória C+ kategória

C-1. Anna leírta a római számokat 1-től 30-ig növekvő sorrendben. Béla is leírta ugyanezeket a római számokat, de ő ábécé-sorrendben. Hány helyen egyezik meg a két sorrend? (3 pont)

C-2. Mennyi lehet legfeljebb a maradék, ha egy kétjegyű számot elosztunk számjegyei összegével? (3 pont)

C-3. Az Albrecht Dürer Gimnázium 9.c osztályában a fiúk és a lányok közül négyen-négyen szeretik a matekot. Hányféleképpen alakulhat meg az osztály Dürer-csapata, ha a csapatnak három matekot szerető diákból kell állnia és kell legyen benne legalább egy lány (más megkötés nincs és a csapaton belüli sorrend nem számít). (3 pont)

C-4. Az $ABCDE$ szabályos ötszög DE oldalára kifelé megszerkesztettük az EDX szabályos háromszöget. Valamint a BC oldalára kifelé megszerkesztettük a $CBPQ$ négyzetet. Hány fokos a PAX szög? (3 pont)



C-5. Közös végállomásukról az 1-es villamos 6 percenként, a 2-es villamos 10 percenként, a 3-as villamos 15 percenként indul. Átlagosan hány másodpercenként indul villamos a végállomásról? (4 pont)

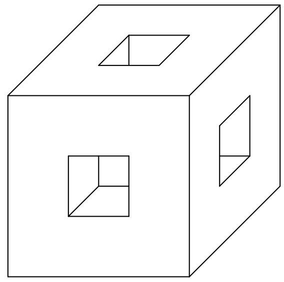
C-6. Hány homorúszöge lehet legfeljebb egy 1471-szögnek? (homorúszögnek nevezzük a 180 foknál nagyobb szöget) (4 pont)

C-7. Mennyi az ab szorzat lehetséges legnagyobb értéke, ha a és b pozitív egész számok és $\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 1$? (4 pont)

C-8. Hányféle téglatestet lehet építeni 20 darab $3 \times 1 \times 1$-es téglatestből? Két téglatest különböző, ha oldalhosszai mások, az nem számít, hogy hogyan építjük össze a kis téglatestekből. (4 pont)

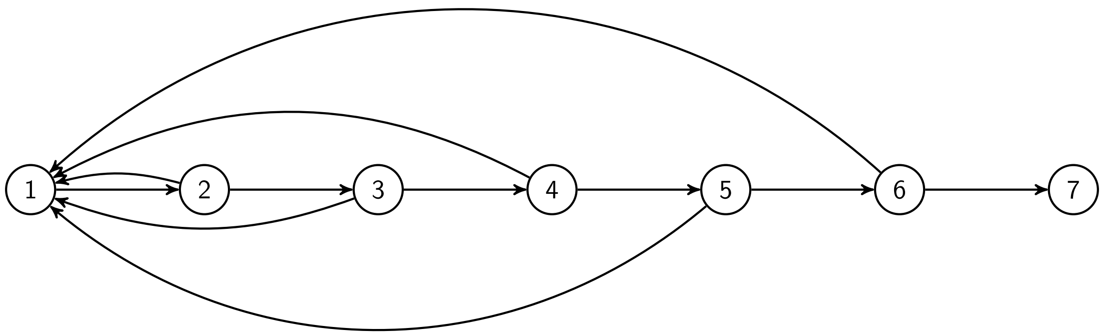
C-9. Kijelölünk 10 pontot egy papírlapon. Ezután egy lépésben össze kell kötnünk két pontot egy görbe vonallal, és rajzolnunk kell egy új pontot a vonalra. Két szabály van: egy pontból legfeljebb három vonal indulhat és két vonal nem metszheti egymást. Legfeljebb hány lépésünk lehet? (5 pont)

C-10. Egy kockából minden élével párhuzamosan kivágtunk egy-egy négyzet alapú hasábot az ábrán látható módon. A hasáb alapjának (a négyzetnek) oldalhossza harmada a kocka élhosszának. Mekkora az így kapott test felszíne dm^2-ben, ha a térfogata 160 dm^3? (5 pont)



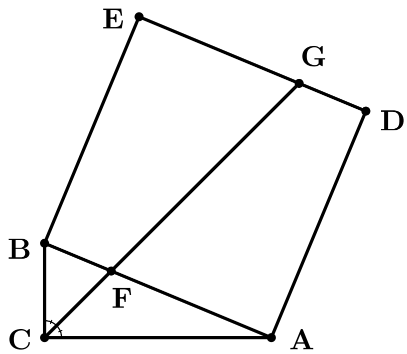
C-11. Legfeljebb hány mezőjét színezhetjük be egy 7×7-es táblázatnak, ha azt szeretnénk, hogy ne legyen négy olyan mező beszínezve, melyek középpontjai a táblázat oldalaival párhuzamos oldalú téglalapot alkotnak? (5 pont)

C-12. Egy hangya sétál az ábrán. Az 1-es pontból indul, és mindig csak a nyílnak megfelelő irányban halad. Bármelyik vonalon 1 percig tart végigmennie. Ha egy pontba érkezik, és ezelőtt páratlan számú alkalommal járt itt, akkor egyenesen továbbmegy az eggyel nagyobb sorszámú pontba. Ellenben, ha ezelőtt páros számú alkalommal járt itt, akkor visszamegy az 1-es pontba. Kivétel ez alól az 1-es pont, ahonnan mindig továbbmegy a 2-esbe, és a 7-es pont, ahol befejezi a sétáját. Hány percig sétál a hangya?



(5 pont)

C-13. Az ABC háromszög C csúcsánál derékszög van. Állítsunk egy $BADE$ négyzetet az átfogóra. Messe a C csúcsnál levő szögfelező BA-t F-ben és ED-t G-ben. Ha $CA = 24$ és $CB = 10$, mennyi az $ADGF$ négyszög területe? (6 pont)



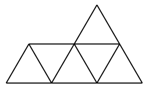
Döntő

2017. február 11.

Váltóverseny
9 - 10. osztályosok

C kategória C+ kategória

C-14. Melyik a legkisebb n, hogy egy n cm oldalú szabályos háromszög kirakható az alábbi alakzat néhány példányából? Az alakzat kis háromszögeinek oldala 1 cm.



(6 pont)

C-15. Melyik az a legnagyobb n egész szám, amelyre igaz, hogy egy szabályos n-szög csúcsait ki lehet színezni pirosra és kékre úgy, hogy ne legyen olyan egyenlő szárú háromszög, amelynek mindhárom csúcsa ugyanolyan színű? (6 pont)

C-16. Néhány település van egy egyenes folyó két partján. Az egyik oldalon 7 település van sorban a parton, míg a másik oldalon 5. Szeretnénk egyenes hidakat építeni, melyek egy-egy települést kötnek össze a két partról. A hidak nem kereszteződhetnek, és el kell tudnunk jutni bármelyik településből bármelyik másikba csak ezen hidak segítségével. A települések között csak hidakon közlekedhetünk. Hányféle elrendezésben építhetjük meg a hidakat? (6 pont)

C-17. Egy 99×99-es sakktábla minden mezejében van egy érme, kezdetben írással felfelé. Egy lépésben kiválaszthatunk egy sorban vagy egy oszlopban négy egymás melletti mezőt, majd az azokon lévő négy érmét megfordítjuk. Hány olyan mező van, melyre elérhető véges sok lépésen belül, hogy csak azon az egy mezőn legyen írás, az összes többin fej? (7 pont)

C-18. Az ABC háromszögben C-nél derékszög van, $AC = 6$, $BC = 8$. Az AB oldal belsején van a D pont felvéve A-tól $30/11$ távolságra. A P pont az ABC körül írt körének C-től különböző metszéspontja a CD egyenessel. Mekkora a CP távolság négyzete? (7 pont)

C-19. Az $1, 2, ..., 101$ számoknak legfeljebb hány olyan nemüres részhalmazát választhatjuk ki, hogy bármelyik két részhalmaz metszete néhány egymást követő szám (az is jó, ha egy darab szám a metszet)? (7 pont)

C-20. 2010-en ülnek egy kerek asztal körül. Andrásnak adunk egy cukrot. Majd elindulunk és az Andrástól jobbra ülő 1. embernek is adunk egy cukrot, majd az $(1+2)$.-nak is adunk egy cukrot, majd az $(1+2+3)$.-nak is adunk egy cukrot, $\ldots$, végül az $(1+2+\cdots+2009)$. embernek is adunk egy cukrot. Hányan kaptak összesen cukrot? (7 pont)

Megoldókulcs:

C-1.	15	C-5.	180	C-9.	29	C-13.	338	C-17.	576
C-2.	15	C-6.	1468	C-10.	288	C-14.	12	C-18.	80
C-3.	52	C-7.	32	C-11.	21	C-15.	8	C-19.	2601
C-4.	111	C-8.	10	C-12.	94	C-16.	210	C-20.	408