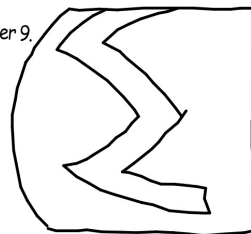




Matematika feladatsor

XII. Dürer Verseny

Első forduló: 2018. november 9.



1. Egy pozitív egész számról az alábbi 7 állítást tették:

- I.** A szám kisebb, mint 23. **II.** A szám kisebb, mint 25. **III.** A szám kisebb, mint 27.
IV. A szám kisebb, mint 29. **V.** A szám páros. **VI.** A szám hárommal osztható.
VII. A szám osztható öttel.

Tudjuk, hogy az állítások közül 4 igaz, míg 3 hamis. Adjátok meg a legnagyobb ilyen számot, és indokoljátok, hogy miért nem lehet nagyobb.

2. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 és a 9 jegyek mindegyikét pont egyszer felhasználva képzünk négy kétjegyű prímszámot az összes lehetséges módon.

a) Adjátok meg egy megfelelő számnégyest!

b) Mely számokat kaphatjuk meg a feltételeknek megfelelő számnégyesek összegeként?

3. Albrecht szeretné kiválasztani egy szabályos 12-szög minél több csúcsát.

a) Legfeljebb hány csúcsot választhat ki úgy, hogy közülük semelyik három ne alkosson derékszögű háromszöget?

b) Legfeljebb hány csúcsot választhat ki úgy, hogy közülük semelyik három ne alkosson tompaszögű háromszöget?

4. Legyen az ABC egy egyenlőszárú, derékszögű háromszög, ahol a C csúcsnál van derékszög. A C -n keresztül húzzunk az AB szakasszal párhuzamos egyenest, és ezen úgy vegyük fel a D pontot, hogy $AB = BD$ teljesüljön és a D pont közelebb legyen B -hez, mint A -hoz. Mekkora a CBD ?

5. Legyenek az a , b és c olyan természetes számok, melyekre $a \mid b^2$, $b \mid c^2$ és $c \mid a^2$ teljesül.

a) Van ilyen feltételekkel olyan a, b, c számhármass, melyre nem igaz, hogy $abc \mid (a + b + c)^6$?

b) Mutassuk meg, hogy minden a feltételt teljesítő a, b, c számhármásra $abc \mid (a + b + c)^7$.

Megjegyzés: $x \mid y$ azt jelenti, hogy x osztója y -nak.

Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amin szerepeljen a csapat neve, kategóriája és a feladat száma. Minden helyes és megfelelően indokolt feladatmegoldás 12 pontot ér. Összesen 60 pont szerezhető.

A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!