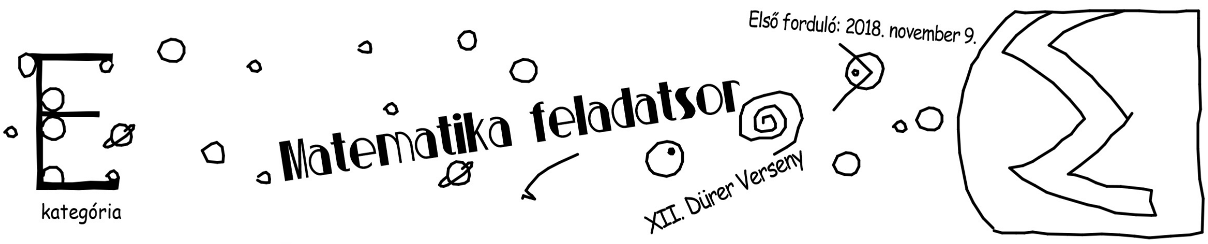

1. Az a, b, c, d természetes számokról tudjuk, hogy $a+b+c+d=100$ valamint, hogy létezik olyan n természetes szám, amelyre

$$a+n=b-n=c\cdot n=\frac{d}{n}$$

Adjátok meg az összes olyan (a,b,c,d,n) számötöst, melyre teljesülnek ezek a feltételek!

2. a) 11 kajakos evez a Dunán Szentendréről a Kopaszi-gátra. Nem feltétlenül indulnak egyszerre, de azt tudjuk, hogy mindegyikük egyenletes sebességgel halad (ugyanazon az úton). Ha egyikük leelőzi a másikat, akkor összepacsiznak. Miután megérkeztek, mindegyikük azt állítja, hogy pontosan 10 emberrel pacsizott. Mutassátok meg, hogy tudtak úgy evezni, hogy ez lehetséges legyen.
b) Egy másik alkalommal 13 kajakos evezett ily módon, ekkor a célban mindegyikük azt állította, hogy pontosan 6 emberrel pacsizott. Mutassátok meg, hogy volt közülük olyan, aki elszámolta magát.

3. a) A következő játékot játsszuk a jobb oldali táblázattal:
Minden lépésben kiválaszthatjuk a táblázat egyik sorát vagy oszlopát, és a benne szereplő három szám közül két szomszédosat 1-gyel csökkentünk, a harmadikat pedig 1-gyel növeljük. Elérhetjük-e néhány ilyen lépéssel, hogy minden szám azonos legyen?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

b) Most lehetőségünk van arra, hogy a kiindulási helyzetben 1-től 9-ig az egész számokat tetszőleges sorrendben helyezzük el a 3×3-as táblázatban. A lehetséges lépéseink nem változtak. Továbbra is az a célunk, hogy minden szám azonos legyen, de szeretnénk azt is, hogy a végén ez a 9-szer szereplő szám minél nagyobb legyen. Mekkora az a legnagyobb érték, amelyet így el tudunk érni?

4. Az első síknegyed minden egész koordinátájú pontjára írunk egy számot a következőképpen: Ha a pont legalább egyik koordinátája 0, akkor 0-t írunk, egyéb esetben pedig az (a,b) pontra írt szám eggyel nagyobb, mint az $(a+1,b-1)$ és az $(a-1,b+1)$ pontokra írt számok átlaga. Mely számokat írhatjuk a $(121,212)$ koordinátájú pontra?
Megjegyzés: Az első síknegyedbe tartoznak azok a pontok, amelyeknek mindkét koordinátája nemnegatív.

5. Legyen ABC egy olyan háromszög, mely nem derékszögű és melyre $AC\neq BC$. Legyen F a BC oldal felezőpontja. Legyen D az AB egyenesen egy olyan pont, amelyre $CA=CD$, és legyen E BC egyenesen egy pont, úgy, hogy $EB=ED$ teljesüljön. Az A-n áthaladó, ED-vel párhuzamos egyenes messe az FD egyenest az I pontban. AF egyenes messe az ED egyenest a J pontban. Bizonyítsátok be, hogy a C, I és J pontok egy egyenesre esnek.

Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amin szerepeljen a csapat neve, kategóriája és a feladat száma. Minden helyes és megfelelően indokolt feladatmegoldás 12 pontot ér. Összesen 60 pont szerezhető. A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánnak:

a XII. Dürer Verseny szervezői