



1. Buta Balambér sétája során útelágazáshoz érkezett, s noha tudta, hogy bármerre is indul, ugyanoda fog érkezni, el kellett döntenie, merre is menjen. A bal oldali út – bár egyenes volt – olyan hosszúnak tűnt, hogy Balambér gondolkodás nélkül a jobb oldalt választotta. Ez merőlegesen indult a bal oldali útra, és két egyenes szakaszból állt, melyek hossza mérföldben mérve egész számok. Így, hogy a jobb oldali út mellett döntött, éppen 99 mérföldet sétált. Hány mérföldet kellett volna sétálnia, ha a bal oldalt választja, melyről szintén tudjuk, hogy a hossza mérföldben mérve egész szám?

2. Egy társasjáték olyan kártyákból áll, amelyeken képecskék vannak. Mindegyik kártyán ugyanannyi képecske van, egy kártyán nincsen két egyforma, és tudjuk azt is, hogy bármely két kártyán pontosan egy azonos képecske található.

a) Legalább hányféle képecske fordul elő a társasjátékban, ha hét kártyánk van és minden kártyán hat képecske van?

b) Legalább hányféle képecske fordul elő a társasjátékban, ha száz kártyánk van és minden kártyán kilencvenkilenc képecske van?

3. a) Létezik-e olyan négyszög, amelyre egyszerre teljesül, hogy három oldala egyenlő hosszú, de a negyedik különböző, és három szöge egyenlő, de a negyedik különböző?

b) Létezik-e olyan ötszög, amelyre egyszerre teljesül, hogy négy oldala egyenlő hosszú, de az ötödik különböző, és négy szöge egyenlő, de az ötödik különböző?

4. a) Ki lehet-e színezní a pozitív racionális számokat pirossal és kékkel úgy, hogy piros és kék szám is keletkezzen, és bármely két azonos színű szám összege is velük egyszínű legyen?

b) Ki lehet-e színezní a pozitív racionális számokat pirossal és kékkel úgy, hogy piros és kék szám is keletkezzen, és bármely két azonos színű szám szorzata is velük egyszínű legyen?

5. a) Tekintsük a pozitív egész számokat 1-től 16-ig. Mutassátok meg, hogy tudunk belőlük 8 törtet képezni úgy, hogy minden számot pontosan egyszer használunk, és a kapott 8 tört összege egész szám.

b) Tekintsük a pozitív egész számokat 1-től 64-ig. Mutassátok meg, hogy tudunk belőlük 32 törtet képezni úgy, hogy minden számot pontosan egyszer használunk, és a kapott 32 tört összege egész szám.

Megjegyzés: például 1-től 6-ig el lehet osztani a számokat megfelelő módon a következőképpen: $5/1 + 3/2 + 6/4 = 8$.

6. **Játék:** Árgyélus és Félix felváltva pakolnak 1×2 -es dominókat egy 4×4 -es táblára. Árgyélus mindig álló, Félix mindig fekvő dominókat rak. Árgyélus kezd, és az veszít, aki már nem tud rakni. Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el, hogy a kezdő vagy a második játékos bőrébe szeretnétek bújni.

Mindegyik megoldást külön lapra írtátok, amelyen szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat száma. Mindegyik feladat olvasható és megfelelően indokolt megoldása 12 pontot ér. Feladatonként legfeljebb 4 extra pont is szerzhető lényegesen különböző második megoldással vagy általánosítással.

A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!