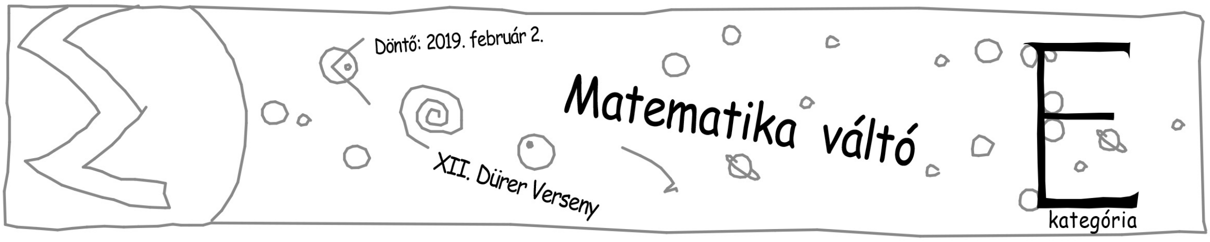


E-1. Hány olyan nem egyenlőszárú háromszög létezik, melynek oldalai egész számok, és a két rövidebb oldalának összhossza 19 egység? (3 pont)

E-2. Anna leírta az összes kétjegyű szám 588-szorosát. Hány esetben kapott Anna négyzetszámot? (3 pont)

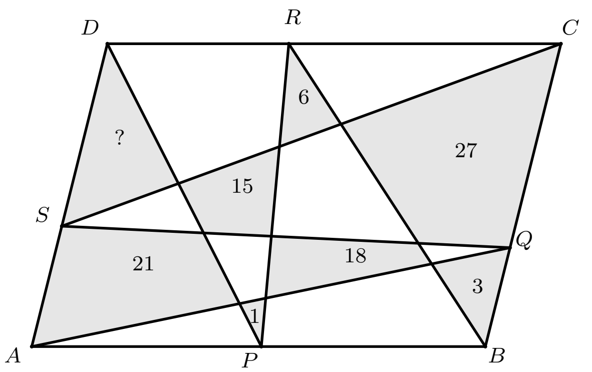
E-3. Van egy lapon 2019 db 1-től 2019-ig számozott állításunk. Az n-edik állítás így szól: "Ezen a lapon legfeljebb n állítás igaz". Hány igaz állítás szerepel a lapon? (3 pont)

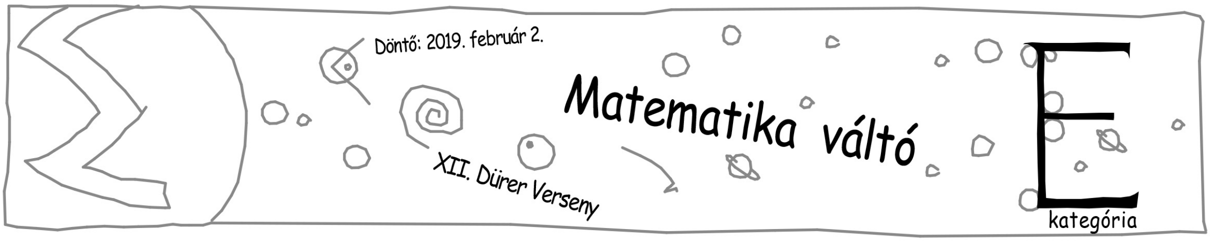
E-4. A miskolci 1-es villamos a Tiszai pályaudvartól közlekedik Felső-Majláthig, míg a 2-es villamos a Tiszai pályaudvartól a Vasgyárig közlekedik. A Tiszai-pályaudvartól minden $10k$ és $10k + 6$ alakú percben indul egy 1-es villamos, míg minden $10k + 3$ alakú percben indul egy 2-es villamos a másik végállomás fele. A villamosra váró utasok közt háromféle található, van aki csak az 1-es villamosra száll fel, van aki csak a 2-es villamosra száll fel, és van aki bármelyik villamosra felszáll. Azt tudjuk, hogy egy adott típusú utasból minden percben ugyanannyi érkezik az állomásra. Ezenkívül azt is tudjuk, hogy minden villamos ugyanannyi utassal indul el a Tiszai pályaudvarról. Hány utassal szokott elindulni egy villamos a végállomásról, ha 1 perc alatt 3 olyan utas érkezik, akinek csak a 2-es villamos jó? (3 pont)

E-5. Legfeljebb hány pozitív egész számot adhatunk meg úgy, hogy semelyik 2 összege és különbsége se legyen osztható 2019-cel? (4 pont)

E-6. Hány számjegyből áll 81-nek azon legkisebb többszöröse, amelynek minden számjegye 1-es? (4 pont)

E-7. Egy $ABCD$ paralelogramma minden oldalán kiválasztottunk egy-egy pontot, legyenek ezek P, Q, R és S. Ezután az ábra szerinti szakaszok behúzásával tartományokra osztottuk a négyszöget. A szürke színű részek területét ismerjük (lásd ábra). Mekkora a ?-lel jelölt rész területe? (4 pont)





E-8. Egy 8×8-as sakktáblán egy bábu elindul valamely mezőről. Egy mezőről csak vele szomszédos mezőre léphet. Minden mezőt egyszer érint, végül visszajut a kiindulási mezőre. Legfeljebb hányszor változtat irányt útja során? (4 pont)

E-9. Egy kockát felosztottunk 27 egybevágó kis kockára. Egy egyenes legfeljebb hány kis kocka belsejébe metszhet bele? (5 pont)

E-10. Egy tompaszögű egyenlőszárú háromszög két belső szögfelezője közül a hosszabbik kétszerese a rövidebbiknek. Mekkora a háromszög legnagyobb szöge? (5 pont)

E-11. Mi lehet a legkisebb értéke a, b, c, d legkisebb közös többszörösének, ha tudjuk, hogy ez négy különböző szám, és $a + b + c + d = 1000$? (5 pont)

E-12. Hányféleképpen lehet sorba rendezni az 1, 2, 3, ..., 15 számokat úgy, hogy minden szám nagyobb legyen, mint a kettővel és a hárommal utána következő (amennyiben van még kettővel vagy hárommal utána szám)? (5 pont)

E-13. Legyen $k > 1$ egy pozitív egész szám és $n \geq 2019$ egy páratlan pozitív szám. A 0-tól különböző, racionális $x_1, x_2, \ldots, x_n$ számok nem mind egyenlőek, és teljesül rájuk a következő:

$$x_1 + \frac{k}{x_2} = x_2 + \frac{k}{x_3} = x_3 + \frac{k}{x_4} = \ldots = x_{n-1} + \frac{k}{x_n} = x_n + \frac{k}{x_1}$$

Határozzátok meg k lehetséges legkisebb értékét. (6 pont)

E-14. Hét osztálytárs a bizonyítványosztás után megállapította, hogy nincs köztük kettő, aki mind a 12 tárgyból ugyanazt az osztályzatot kapta volna. A 12 tárgyból ki lehet választani n olyat, hogy ha csak az ebből az n tárgyból kapott osztályzatokat hasonlítjuk össze, akkor sincs a hét diák közt két olyan, aki mind az n tárgyból ugyanazt a jegyet kapta. Melyik a legkisebb n, amelyre ezt még biztosan megtehetjük? (6 pont)

E-15. ABC egyenlőszárú háromszög úgy, hogy $AB = AC$ és $BAC\sphericalangle = 96°$. D az a pont, amire $ACD\sphericalangle = 48°$, $AD = BC$ és DAC háromszög tompaszögű. Mennyi $DAC\sphericalangle$? (6 pont)

E-16. Hányféleképpen tudunk kiszínezni fekete-fehérre egy 6×6-os négyzetrácsot úgy, hogy minden 2×2-es négyzetben páratlan sok fekete négyzet legyen? (6 pont)