

## Fizikaverseny, Döntő, Elméleti forduló

2013. február 8.

### 1. feladat: **Az elszökő hélium**

Több helyen hallhattuk, olvashattuk az alábbi: „A hélium kis móltömege miatt elszökik a Föld gravitációs teréből.” Ennek az állításnak járunk utána:

- (a) Mekkora hőmérsékletnek kellene uralkodnia a Földön ahhoz, hogy a hélium egyatomos molekuláinak sebessége az ekvipartíció elve alapján elérje a szökési sebességet? ( $T_{He} = ?$ )
- (b) Mivel magyarázható mégis az a tény, hogy hélium elszökik a légkörből?

### 2. feladat: **A sétálás egyszerű modellje**

Modellezzük a sétálást úgy, hogy az  $L$  hosszúságú,  $m$  tömegű lábunk egy egyenletes tömegeloszlású henger, melynek minden pontja, mindvégig vízszintes sebességgel mozog. A sétálás során két fázisát különböztessük meg a lábunknak: amikor a földön van, és amikor a levegőben! (A modellből a láb felemelése és letétele hiányzik. Azaz mind a két esetben a talpunk a földön felszínétől  $0$  távolságra van.) A lábunk földtől számított  $h$  magsságban lévő pontjának sebességét jelöljük  $v_1(h)$ -val, ha a lábunk a földön, és  $v_2(h)$ -val, ha a lábunk a levegőben van! Tegyük fel, hogy a csípőnk mindvégig egyenletes  $v_0$  sebességgel mozog (a földhöz viszonyítva)! (Azaz  $v_1(L) = v_2(L) = v_0$ .) Feltételezzük, hogy a lábunk mindvégig henger marad, és amikor a talpunk a földön van, akkor az nem mozog a földhöz képest ( $v_1(0) = 0$ ).

- (a) Adjuk meg a levegőben illetve a földön lévő láb mozgását! ( $v_1(h) = ?$ ,  $v_2(h) = ?$ )

Jól látható, hogy  $v_1(h) \leq v_2(h) \forall h \in [0, L]$ . Tegyük fel, hogy a lábunk letételekor az ebből származó mozgási energia különbség ( $\Delta E$ ) elveszik! Ekkor a sétálás közbeni fáradásunkat ezen energia pótlása okozza. Kíváncsiak vagyunk, hogy a kétszer olyan gyors sétálás mennyivel fárasztóbb. Ehhez válaszoljunk meg az alábbi kérdéseket:

- (b) Adjuk meg mennyi mozgási energiát veszünk, a lábunk letételekor! ( $\Delta E = ?$ )
- (c) Ha egy lépésünk  $s_0$  hosszúságú, akkor mekkora átlagos teljesítményt jelent  $v_0$  sebességgel sétálni? ( $P(s_0, v_0) = ?$ )
- (d) Mennyivel fárasztóbb kétszer olyan gyorsan sétálni? ( $\frac{P(s_0, 2v)}{P(s_0, v)} = ?$ )

### 3. feladat: **Értsük meg az ősrobbanást!**

Az általános relativitáselmélet és a Hubble-törvény felfedezése óta tudjuk, hogy az univerzum nem statikus, hanem tágul. Ezt a tágulást azonban a Newton-féle gravitációs törvény alapján is megérthetjük, ehhez csak két dolgot kell tudnunk:

- Egy tömör gömb gravitációs terét a gömbön kívül tekinthetjük úgy, mintha a gömb teljes tömege a középpontjában koncentrálna
- Egy vékony gömbhéj belsejében a gravitációs erő nulla (ez hasonló ahhoz, mint ahogy egy töltött fémdobozon belül is árnyékolódik az elektrosztatikus tér, azzal a különbséggel, hogy az elektromosság esetében ez a hatás nem függ a doboz alakjától, a gravitációnál viszont csak gömbhéjra igaz).

Nagy léptékben nézve az univerzum sűrűsége mindenhol azonos, legyen ennek értéke  $\rho$ ! Feltehetjük, hogy a sűrűség a tágulás során homogén módon változik, és tömeg nemvész el. Tekintsünk egy galaxist, mely  $t = 0$  pillanatban a Földtől  $R$  távolságban van, és (a Földhöz viszonyítva)  $v_0$  sebességgel halad!

- (a) A Földről mérve mekkora lesz a gyorsulása? ( $a(t = 0) = ?$ )

- (b) Mi köze van ennek a földfelszínről függőlegesen kilőtt ágyúgolyóhoz?
- (c) Mitől függ, hogy milyen messzire juthat el a galaxis?
- (d) Rajzoljuk le (hozzávetőlegesen)  $R$  időbeli változását a különböző esetekre!

4. feladat: **Galilei-hőmérő gyártása**

A Galilei-hőmérő egy vízzel töltött henger, amiben azonos térfogatú, különböző tömegű, üveg falú gömbök úsznak. A gömbök átmérője  $d = 2$  cm. A hőmérő működési elve: melegítés hatására a víz kitágul, sűrűsége lecsökken, így a nagyobb tömegű gömbök lesüllyednek. Az aktuális hőmérsékletet a még úszó gömbökre írt hőmérsékletek közül a legkisebb adja. Szeretnénk megtudni, hogy az  $1^\circ\text{C}$  pontosságú Galilei-hőmérő gyártásánál mennyire pontosan kell kimérni a gömbök  $m$  tömegét! Ehhez válaszoljuk meg az alábbi kérdéseket!

- (a) Mi teljesül a gömb  $m$  tömegére, ha  $T$  hőmérsékleten még úszik a  $\rho_1$  sűrűségű vízen? ( $m < ?$ )
- (b) Mennyi a víz sűrűsége ( $T + 1$  K) hőmérsékleten? ( $\rho_2 = ?$ )
- (c) Mi teljesül a gömb  $m$  tömegére, ha ( $T + 1$  K) hőmérsékleten lesüllyed? ( $m > ?$ )
- (d) A fentiek alapján mennyinek kell lennie legalább a tömegmérés pontosságának? ( $\Delta m = ?$ )

Az alábbi értékeket csak az utolsó kérdésnél helyettesítsük be! A víz sűrűsége  $T$  hőmérsékleten:  $\rho_1 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ , a víz térfogati hőtágulási együtthatója:  $\beta_{\text{víz}} = 2 \cdot 10^{-4}$ , az üvegé:  $\beta_{\text{üveg}} = 5 \cdot 10^{-6}$ .

5. feladat: **Hürelmélet**

Hogyan is fest a világ a részecskefizikusok számára? Közismert tény, hogy világunkban az anyag atomokból áll. Az atom magját protonok és neutronok alkotják, a mag körül pedig elektronok keringenek. A proton és a neutron viszont nem elemi részecskék, mindkettő kvarkokból áll. Az elemi részecskék, vagyis a kvarkok, az elektron, az ún. neutrínók tulajdonságait, a térben való mozgásukat és kölcsönhatásaikat egy bonyolult matematikai elmélet írja le, amit a részecskefizikusok Standard Modellnek hívnak.

A Svájc és Franciaország határán elhelyezkedő, Large Hadron Collidernek nevezett részecskegyorsítóban éppen igen nagy áttörést ért el a kísérleti fizikusok. A kör alakú, 27 km kerületű LHC-ben proton nyalábokat gyorsítanak gyakorlatilag fénysebességre. A részecskéket mágneses térrel tartják körpályán, amit szupravezető mágnesek biztosítanak. Végül az egymással szembe haladó részecskéket ütköztetik. (A két ütköző proton együttes energiája maximálisan 14 TeV.) Az ütközés során létrejött új részecskék között most sikerült megtalálni a Standard Modell utolsó, eddig nem látott részecskéjét, a Higgs-bozont.

A Standard Modellből azonban minden kísérleti sikere ellenére hiányzik valami nagyon alapvető: a gravitációs kölcsönhatás. A gravitáció beépítése a Standard Modellbe ugyanis igen komoly matematikai problémákhoz vezet. Egy szemléletes kép alapján közelítőleg nehéz matematika nélkül is megérthetjük, hol jelentkeznek a furcsaságok.

Az LHC energiaskáláján a részecskék közötti gravitációs kölcsönhatás még teljesen elhanyagolható. Azonban ahogy egyre nagyobb energiájú ( $E_{\text{ütk}}$ ) részecskegyorsítókat építünk, egyre kisebb távolságskálákon ( $a$ ) tudjuk feltérképezni az anyag szerkezetét. (A két skálát az  $a = \hbar \cdot c / E_{\text{ütk}}$  képlet kapcsolja össze, ahol  $\hbar$  a Planck-állandó  $2\pi$ -ed része és  $c$  a fénysebesség.) Ilyen módon az ütközésnél egyre nagyobb energiát tudunk belesűríteni egyre kisebb térfogatba. Azonban a gravitációs elméletekben ezt a sűrítést nem folytathatjuk a végtelenségig, ugyanis ezekben az elméletekben léteznek fekete lyukak. Ezek olyan tértartományok, amikben a gravitáció annyira erős, hogy már a fény sem tud belőlük kiszabadulni. Ha  $M = E_{\text{ütk}}/c^2$  tömegű anyag az  $R = 2 \cdot G \cdot M/c^2$  sugáron ( $G$  itt a Newtoni gravitációs állandó) belülré kerül, akkor az anyag fekete lyukká esik össze.

- (a) Hol van az az  $E_P$  energiaskála, ahol  $a = R$ ? (Az eredményt  $\text{TeV}$ -ban add meg.) Hogyan viszonyul ez az LHC energiaskálájához?

Valószínűleg nagyon érdekes dolgok játszódnak le ezen az  $E_P$  energiaskálán, ahol a gravitáció és az elemi részecskék fizikája találkozik. Egyes fizikusok azt gondolják, hogy az fog kiderülni: az anyag fundamentális alkotói végső soron nem is ponszerű elemi részecskék, hanem nagyon kicsi egy dimenziós húrok. Amiket mi különböző elemi részecskéknek látunk, azok azonos húrok különböző rezgési mintázatai. (Ez hasonlít egy kicsit ahhoz, ahogy egy gitárhúr különböző rezgéseit is egészen más hangoknak halljuk.) Sok más fizikus viszont szkeptikus, hiszen az elméletet nem tudjuk mérésel ellenőrizni.

Egy kísérleti fizikusnak  $0.5 \cdot E_P$  energiájú részecskenyalábokat kell előállítania ahhoz, hogy a hipotetikus húrokat közvetlenül tanulmányozni tudja. A következőkben azt szeretnénk meghatározni, hogy mekkora sugarúnak kell lennie egy olyan új szupergyorsítóknak, amiben az LHC-vel azonos erősségű mágneses tér alkalmazásával körpályán tudjuk tartani ezeket a nagy energiájú részecskéinket.

- (b) Írd fel a  $\Delta\vec{p}/\Delta t = \vec{F}$  Newton-törvényt a körpályán mozgó protonokra. Fejezd ki a pályasugarat ( $r$ ) a részecske energiájával ( $E$ ) és a mágneses tér erősségével ( $B$ ). Vigyázat! Az  $E = 1/2 \cdot m \cdot \vec{v}^2$  és a  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$  képletek csak lassú részecskékre érvényesek. A fénysebességgel menő részecskékre ehelyett  $E = p \cdot c$  teljesül.
- (c) Az LHC adatainak ismeretében add meg az új gyorsító szükséges sugarát.
- (d) Egy galaxis átmérője körülbelül 100 000 fényév. Vajon mit keres itt ez az adat? A szupergyorsító beindítása után legalább mennyi időt kell várni az első ütközésig?

*Sok sikert kívánunk!  
a szervezők*