Feladatok

C kategória

C-1. Egy sakktábla fehér mezőire ketteseket írtunk, míg a feketékre hármasokat. Mennyi a sakktáblán látható számok összege?

2	3	2	3	2	3	2	3
3	2	3	2	3	2	3	2
2	3	2	3	2	3	2	3
3	2	3	2	3	2	3	2
2	3	2	3	2	3	2	3
3	2	3	2	3	2	3	2
2	3	2	3	2	3	2	3
3	2	3	2	3	2	3	2

(3 pont)

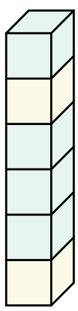
C-2. Terka nénje udvarában 6 kecske, 14 csirke és néhány macska van. Hány macskája van, ha tudjuk, hogy az udvarban lévő állatoknak összesen 100 lába van?

(3 pont)

C-3. Dürer ötszöget rajzol egy festményére. Az első szögét 90°-nak választja. Majd egyre nagyobbakat választ: 100°-os, 110°-os és 120°-os szöget is rajzolt. Hány fokos az ötszög ötödik szöge?

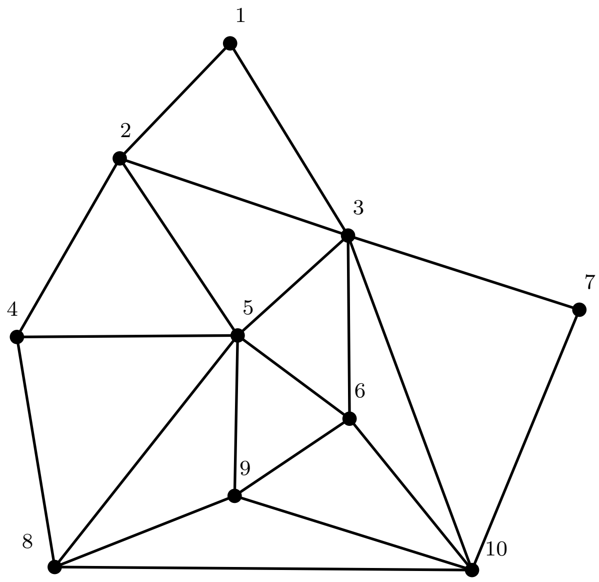
(4 pont)

C-4. Az EKIA bútorboltban egymásra pakolt kockákból álló tornyokat állítanak ki dekorációként. Minden toronyhoz pontosan 4 zöld és 2 sárga kockát használnak fel. Hányféle különböző tornyot készíthetnek?



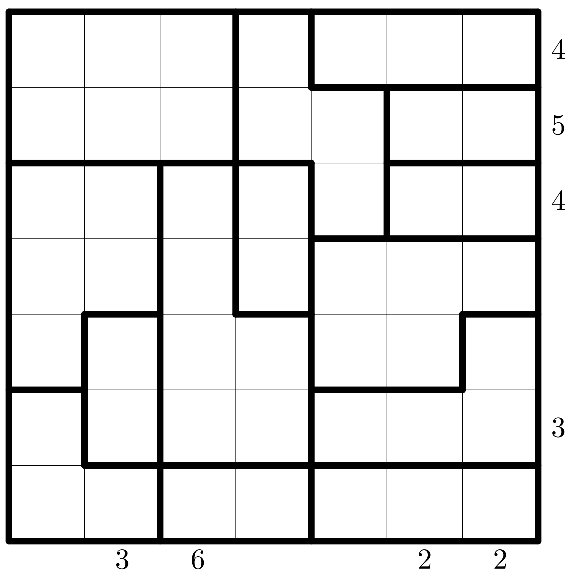
(4 pont)

C-5. Az ábrán a nagy sötét erdő térképe látható. Jancsi elindult a 10-es számmal jelzett tisztásról, és minden ösvényen pontosan egyszer sétált végig. Hányas számú tisztáson kötött ki végül?
(A tisztásokat pontokkal, az ösvényeket szakaszokkal jelöltük.)



(4 pont)

C-6. Az ábrán látható 49 kis négyzet mindegyikében egy-egy lámpa található. A lámpák a vastag vonalakkal blokkokra osztottuk. Egy-egy blokkban vagy az összes lámpa ég, vagy egyik sem. A sorok és oszlopok egy részénél megadtuk, hogy hány lámpa ég bennük. Hány lámpa ég a táblán?



(5 pont)

C-7. Mint az közismert, Süsünek, a sárkánynak egy feje van. Kevésbé ismert, hogy testvéreinek 3-3, apjának 7, édesanyjának 19 feje van. A családban a fejek átlagos száma 6. Süsü nélkül azonban 7 a fejek átlagos száma. Hány testvére van Süsünek?

(5 pont)

C-8. Egy novellában minden mondatot egy pont, kérdőjel vagy felkiáltójel zár le. A mondatok közben csak vessző szerepel.
A novella minden mondatában egy vessző szerepel, illetve az első és az utolsó mondat is kérdőjelre végződik.
Bármely két szomszédos kérdőjel közt pontosan 2 darab pont szerepel, és a novella 1 darab felkiáltójelet tartalmaz.
Ha 6 darab kérdőjel szerepel a novellában, hány írásjel van benne összesen?
(Írásjelnek a vessző, a pont, a kérdőjel és a felkiáltójel számít.)

(6 pont)

C-9. Ákos ebédelni megy egy étterembe. Az étterem kínálata az alábbi (a hús nélküli fogásokat v-vel jelöltük):

- Levesek: gyümölcsleves (v), paradicsomleves (v), marhahúsleves.
- Főételek: marhapörkölt, sertéscsülök, rántott sajt (v), rántott hús, mákos tészta (v).
- Desszertek: fagyikehely (v), gyümölcstorta (v).

Egy levest, egy főételt és egy desszertet szeretne enni, de nem hisz a vegetáriánus étrendben, így mindenképpen szeretne húst is enni. Hányféleképpen rendelhet?

(6 pont)

D kategória

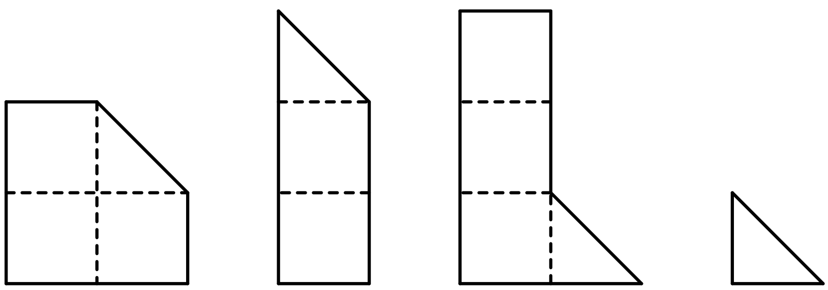
D-1. Egy sakktábla fehér mezőire négyeseket írtunk, míg a feketékre hatosokat. Mennyi a sakktáblán látható számok összege?

4	6	4	6	4	6	4	6
6	4	6	4	6	4	6	4
4	6	4	6	4	6	4	6
6	4	6	4	6	4	6	4
4	6	4	6	4	6	4	6
6	4	6	4	6	4	6	4
4	6	4	6	4	6	4	6
6	4	6	4	6	4	6	4

(3 pont)

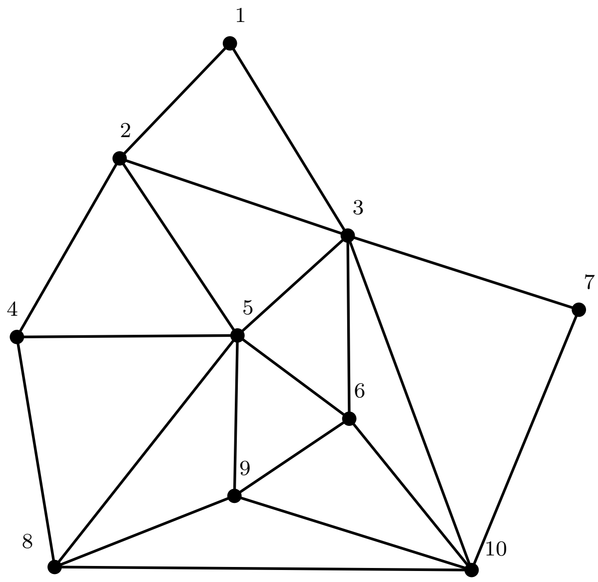
D-2. Ugyan Micimackó Malackát nem találta otthon, de szerencsére felfedezte Malacka mézescsuprait. Kétféle méretű csuprot talált: 3 dl-est, illetve 4 dl-est. Mindegyik tele volt mézzel, és Micimackó meg is ette az összesen 13 dl mézet. Hány csuprot talált Malackánál? (3 pont)

D-3. Egy négyzethálós lapból kivágtunk egy téglalapot, majd azt az ábrán látható 4 alakzatra vágtuk szét. Hány cm volt a téglalap kerülete, ha a négyzetháló kis négyzeteinek oldalai 1 cm hosszúak?



(3 pont)

D-4. Az ábrán a nagy sötét erdő térképe látható. Jancsi elindult a 10-es számmal jelzett tisztásról, és minden ösvényen pontosan egyszer sétált végig. Hányas számú tisztáson kötött ki végül?
(A tisztásokat pontokkal, az ösvényeket szakaszokkal jelöltük.)

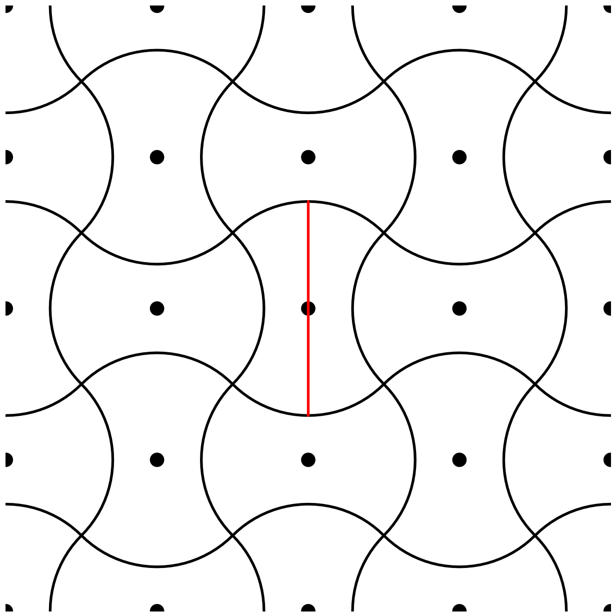


(4 pont)

D-5. Ákos, Kartal és Kristóf elmentek az AKIE-be. Mivel elfáradtak a vásárlásban, beültek az áruház éttermébe enni. Kristóf 5 hotdogot és 8 húsgolyót vett, és 1320 Ft-ot fizetett, míg Kartal 990 Ft-ért 3 hotdogot és 7 húsgolyót evett ebédre. Hány forintot fizetett Ákos, ha ő 7 hotdogot és 9 húsgolyót rendelt? (4 pont)

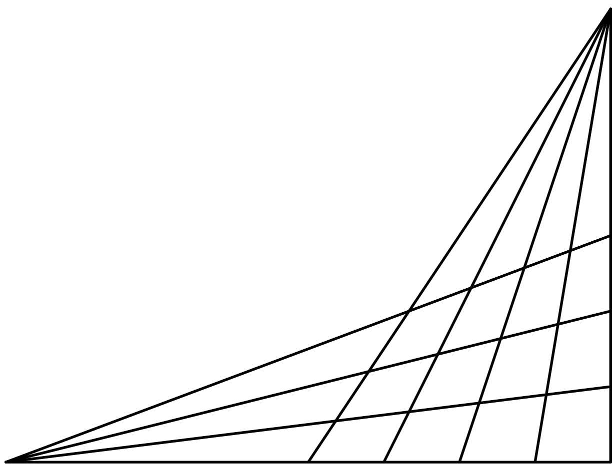
D-6. A hirtelen jött októberi melegben Dani egy 3 gombócos fagyit szeretne enni. Vanília-, csoki-, ill. citromfagyi kapható, de nem szereti, ha a citromra közvetlenül csokit tesznek.
Hányféleképpen tud fagyit kérni?
(Két fagyit akkor is különbözőnek tekintünk, ha csak a gombócok sorrendjében térnek el. Természetesen Dani választhat azonos ízű gombócokat a fagyijába.) (5 pont)

D-7. Az ábrán látható egybevágó csempéken szereplő ívek mindegyike olyan negyedkörív, amelynek a középpontja a megjelölt pontok egyike. Hány cm^2 egy csempe területe, ha egy álló csempe magassága (a pirossal jelölt szakasz hossza) 12 cm?



(5 pont)

D-8. Hány **konvex** négyszöget határoznak meg az ábrán látható egyenesek?
(Ne felejtsétek el, hogy konvex négyszöget keresünk.)



(6 pont)

D-9. Az alábbi egyenlőségben az azonos betűk azonos, a különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek:

$$\overline{ER\H{O}S} + \overline{ERD\H{O}} = \overline{D\ddot{U}RER}$$

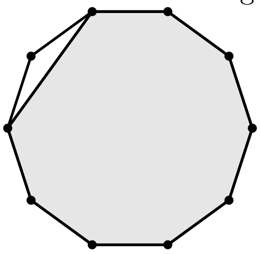
Mennyi az $\overline{\ddot{U}RES}$ szó értéke?

(6 pont)

E kategória

E-1. Mit kapunk eredményül, ha összeadjuk az összes 11-gyel osztható pozitív kétjegyű számot? (3 pont)

E-2. Egy szabályos tízszögnek az ábrán látható módon "levágjuk" az egyik csúcsát. Hány fok a keletkező kilencszög legkisebb belső szöge?



(3 pont)

E-3. Ákos, Kartal és Kristóf elmentek az AKIE-be. Mivel elfáradtak a vásárlásban, beültek az áruház éttermébe enni. Kristóf 5 hotdogot és 8 húsgolyót vett, és 1320 Ft-ot fizetett, míg Kartal 990 Ft-ért 3 hotdogot és 7 húsgolyót evett ebédre. Hány forintot fizetett Ákos, ha ő 7 hotdogot és 9 húsgolyót rendelt? (3 pont)

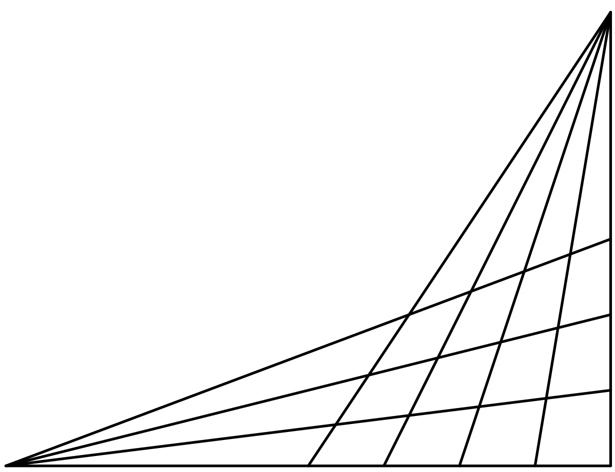
E-4. Ákos ebédelni megy egy étterembe. Az étterem kínálata az alábbi (a hús nélküli fogásokat v-vel jelöltük):

- Levesek: gyümölcsleves (v), paradicsomleves (v), marhahúsleves.
- Főételek: marhapörkölt, sertéscsülök, rántott sajt (v), rántott hús, mákos tészta (v).
- Desszertek: fagyikehely (v), gyümölcstorta (v).

Egy levest, egy főételt és egy desszertet szeretne enni, de nem hisz a vegetáriánus étrendben, így mindenképpen szeretne húst is enni. Hányféleképpen rendelhet?

(4 pont)

E-5. Hány **konvex** négyszöget határoznak meg az ábrán látható egyenesek?
(Ne felejtsétek el, hogy konvex négyszöget keresünk.)

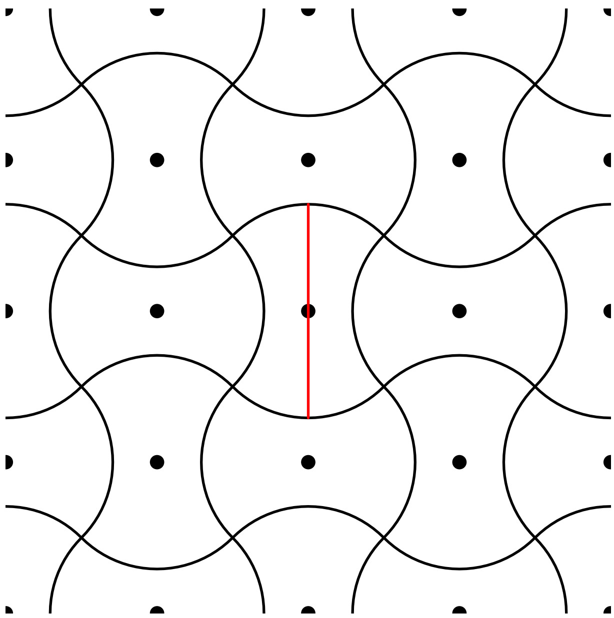


(4 pont)

E-6. Süsü, a sárkány családjában a fejek számának átlaga 8. Mivel Süsünek csak egy feje van, a családja kitagadja őt, ezután a fejek számának átlaga 9-re nő a családban. Hányan maradnak a családban a kitagadás után?

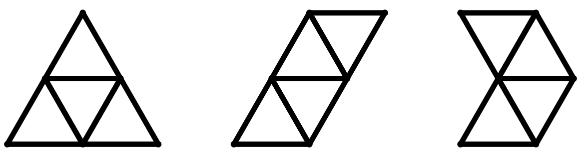
(4 pont)

E-7. Az ábrán látható egybevágó csempéken szereplő ívek mindegyike olyan negyedkörív, amelynek a középpontja a megjelölt pontok egyike. Hány cm^2 egy csempe területe, ha egy álló csempe magassága (a pirossal jelölt szakasz hossza) 12 cm?



(5 pont)

E-8. Szabályos háromszögek egymáshoz illesztésével "dominókat" készítünk. 4 elemű dominóból háromféle van, ezek az ábrán láthatók. Hányféle 5 elemű dominó készíthető?
(A forgatással vagy tükrözéssel egymásba vihető dominókat nem tekintjük különbözőnek.)



(6 pont)

E-9. Kartal, Bálint, Gábor és Timi számjegykártyákkal játszanak. Az asztalra kiraknak 4 (nem feltétlenül különböző) számkártyát. Ebből a 4 számjegyből mindegyikük összeállít egy-egy négyjegyű számot, amit leírnak egy-egy papírlapra. Miután megmutatják egymásnak a számokat, észreveszik, hogy a Kartal, Bálint és Gábor által írt 3 darab négyjegyű szám összege éppen a Timi által leírt számmal egyezik meg. Melyik számot írta le Timi, ha az ő száma 4210 és 4567 között van?

(6 pont)

Megoldások

C kategória

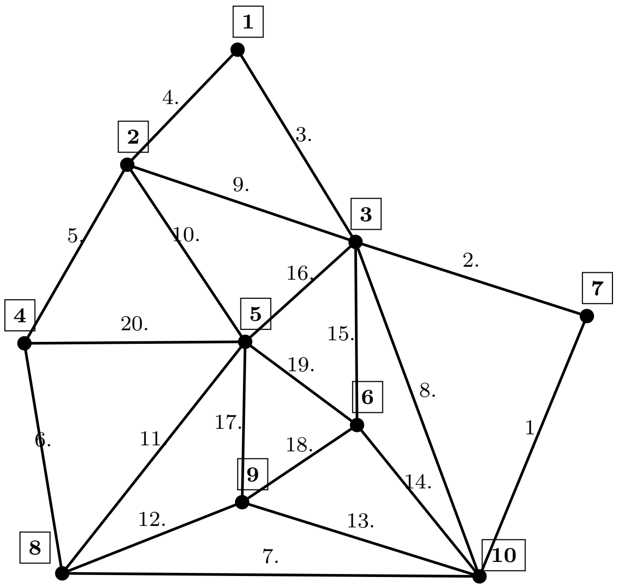
C-1. A sakktábla egy 2×2-es részében a számok összege $2+3+3+2=10$. A sakktábla 16 darab 2×2-es négyzetre bontható, tehát a számok összege $16 \cdot 10 = 160$.

C-2. A 6 kecskének összesen $6 \cdot 4 = 24$ lába van, a 14 csirkének pedig $14 \cdot 2 = 28$. Így maradt $100 - 24 - 28 = 48$ láb a macskáknak, ehhez $48 : 4 = 12$ macskának kell lennie.

C-3. Jelölje α az ötszög ötödik szögének nagyságát. Tudjuk, hogy egy ötszög belső szögeinek összege $3 \cdot 180° = 540°$. Ezek alapján $540° = 90° + 100° + 110° + 120° + \alpha = 420° + \alpha$, vagyis $\alpha = 540° - 420° = 120°$.

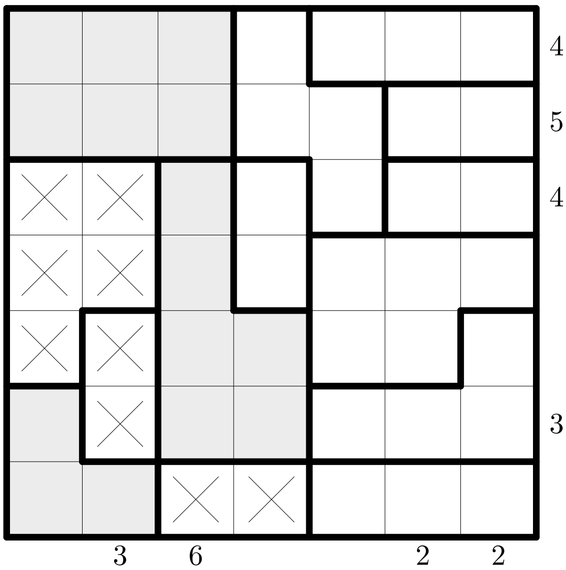
C-4. Ha a 2 sárga kocka helyét meghatározzuk, azzal az egész tornyot is, így elég a sárga kockákra koncentrálnunk. Az elsőt 6 helyre tehetjük, a másodikat a megmaradó 5 bármelyikére, és mivel nem különböztetjük meg az azonos színű kockákat, így minden esetet kétszer számoltunk, vagyis a megoldás $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$.

C-5. Az alábbi ábrán látható egy olyan séta, amelyik a 4-es tisztáson ér véget.

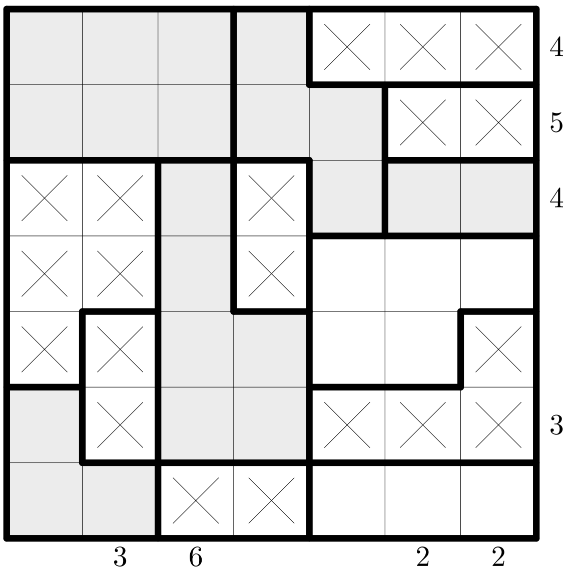


Megmutatjuk, hogy más lehetőség nem is fordulhat elő. Ha egy tisztásra megérkeztünk, akkor onnan általában tovább is kell haladnunk, tehát az ösvények tisztásonként párosíthatóak. Ez alól csak a kezdő és a befejező tisztás jelenthet kivételt. Mivel a kezdőpontból páratlan sok ösvény indul, ezért ott nem végződhet a séta. Így a sétát csak olyan helyen fejezhetjük be, ahonnan páratlan sok ösvény indul, ez pedig csak a 4-es tisztásnál fordul elő.

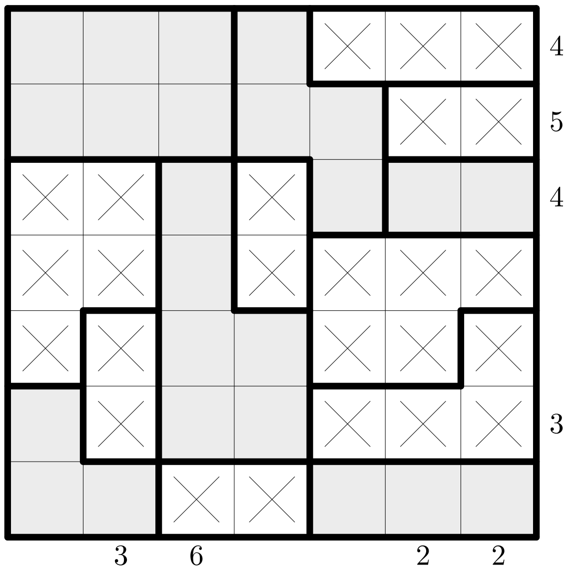
C-6. Az ábrákon a szürke mező jelenti a világító lámpákat, az x jel pedig a nem világítókat. A második és a harmadik oszlop információi alapján a következő tudhatók:



Most pedig használjuk fel az információkat, amiket az egyes sorokról tudunk:



A maradék mezőket pedig a hatodik oszlop alapján lehet kitölteni:



Ezzel pedig kész is a tábla, amin minden sorban és oszlopban a megfelelő számú lámpa világít. Ezek alapján 24 lámpa világít a táblán.

C-7. Jelöljük t-vel Süsü testvéreinek számát. Ekkor $\frac{1+3t+7+19}{t+3} = 6$, azaz $\frac{3t+27}{t+3} = 6$. Vagyis $3t + 27 = 6t + 18$, innen $9 = 3t$, azaz Süsünek 3 testvére van.

Másik megoldás. Ha Süsü nélkül n sárkány marad átlagosan 7 fejjel, akkor összesen $7n$ fejük van. A kitagadás előtt $n+1$ családtag volt, így összesen $6 \cdot (n+1)$ fejjel rendelkeztek. Tehát $6(n+1)-1 = 7n$, azaz $n = 6$.

Megjegyzés. A feladat „túl” sok adatot ad meg, egyik megoldásban sem használtuk a feladat összes feltételét.

C-8. Bármely két szomszédos kérdőjel között két pont van, ezért a 6 kérdőjel közötti 5 "résben" a pontok száma összesen $5 \cdot 2 = 10$. A felkiáltójelessel együtt így összesen $6 + 10 + 1 = 17$ mondat van, mindegyikben egy vesszővel és egy sorvégi írásjellel, így a versben összesen $2 \cdot 17 = 34$ írásjel van.

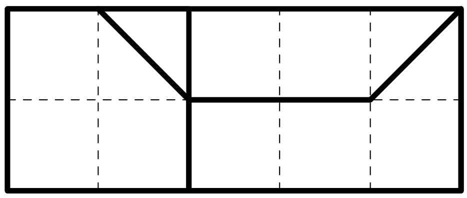
C-9. A következőképpen számoljuk össze a rendeléseket: kiszámoljuk, hányféleképpen rendelhet Ákos, majd kivonjuk azokat a választásokat, melyek csupa hús nélküli fogásból állnak.
Ákos összesen 3-féle levest, 5-féle főételt és 2-féle desszertet választhat, tehát összesen $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$-féleképpen rendelhet. Azonban 2 leves, 2 főétel és 2 desszert nem tartalmaz húst, ezekből $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ olyan rendelés készíthető, melyek csupa hús nélküli ételekből állnak. Ezeket kivonva $30 - 8 = 22$ olyan rendelés van, amely tartalmaz húst.

D kategória

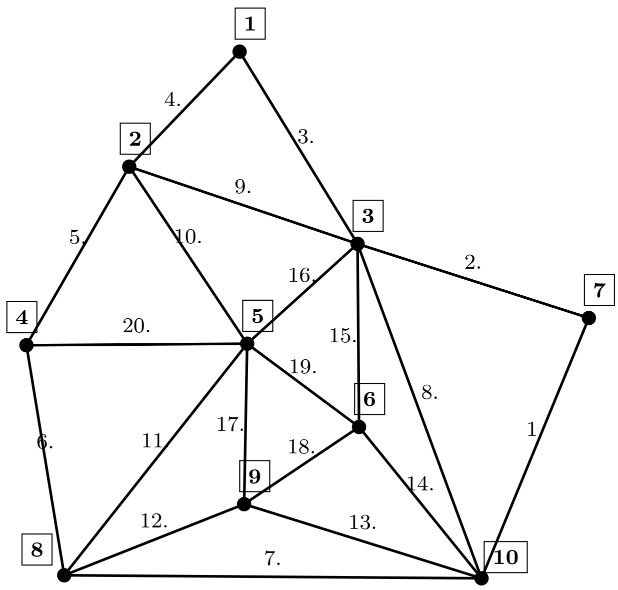
D-1. A sakktábla egy 2×2-es részében a számok összege $4+6+6+4=20$. A sakktábla 16 darab 2×2-es négyzetre bontható, tehát a számok összege $16\cdot 20=320$.

D-2. Ha a darab 4 dl-est talált Micimackó, és b darab 3 dl-est, akkor $4a+3b=13$.
Ha $a=0$, akkor $3b=13$, ami nem lehet, mert $3\nmid 13$.
Ha $a=1$, akkor $3b=9$, tehát $b=3$.
Ha $a=2$, akkor $3b=5$, ami nem lehet, mert $3\nmid 5$.
Ha $a=3$, akkor $3b=1$, ami szintén nem lehet.
Ha $a>3$, akkor Micimackó már csak a 4 dl-es csuprokban több, mint 13 dl mézet talált volna, ami nem lehetséges. Tehát egy lehetőség van, és ekkor összesen $a+b=4$ csuprot talált Micimackó.

D-3. Az egyes darabok területe 3,5 cm^2, 2,5 cm^2, 3,5 cm^2 és 0,5 cm^2; ez összesen: 10 cm^2. Könnyen látható, hogy a téglalap oldalainak cm-ben mérve egészeknek kell lenniük, így 10 cm^2-nyi terület csak 1 cm $\times$ 10 cm-es vagy 2 cm $\times$ 5 cm-es téglalap területeként állhat elő. Előbbibe nem férne el pl. a bal szélső darab, így 2 cm $\times$ 5 cm-es téglalappal van dolgunk. Ennek kerülete: $2\cdot(2\text{ cm}+5\text{ cm})=14$ cm. Ekkora téglalap valóban összerakható a darabokból, lásd:



D-4. Az alábbi ábrán látható egy olyan séta, amelyik a 4-es tisztáson ér véget.



Megmutatjuk, hogy más lehetőség nem is fordulhat elő. Ha egy tisztásra megérkeztünk, akkor onnan általában tovább is kell haladnunk, tehát az ösvények tisztásonként párosíthatóak. Ez alól csak a kezdő és a befejező tisztás jelenthet kivételt. Mivel a kezdőpontból páratlan sok ösvény indul, ezért ott nem végződhet a séta. Így a sétát csak olyan helyen fejezhetjük be, ahonnan páratlan sok ösvény indul, ez pedig csak a 4-es tisztásnál fordul elő.

D-5. Legyen a hotdog ára A, a húsgolyóé B. Ekkor egy két egyenletből álló egyenletrendszert kapunk:

$$5A + 8B = 1320$$

$$3A + 7B = 990$$

$7A+9B$ értékét keressük. Észrvehetjük, hogy $7A+9B = 2\cdot(5A+8B)-(3A+7B)$, azaz $7A+9B = 2\cdot 1320 - 990 = 1650$.

Másik megoldás. A változók értékeinek meghatározásával is célt érhetünk: A második egyenlet ötszöröséből az első háromszorosát kivonva kapjuk, hogy $11B = 5\cdot 990 - 3\cdot 1320 = 990$, azaz $B = 90$. Ezt visszahelyettesítve az első egyenletbe kapjuk, hogy $A = 120$. A keresett összeg tehát $7A+9B = 7\cdot 120 + 9\cdot 90 = 1650$ Ft.

D-6. Összesen $3^3 = 27$ féle 3 gombócos fagylalt készíthető a 3 féle fagyiból. Ezek közül olyan, amiben a citromra csoki kerül, $2\cdot 3 = 6$ féle van, mivel ekkor a citrom-csoki egymásutánja rögzített, ez lehet az alsó vagy a felső két gombóc is, illetve a harmadik gombóc pedig tetszés szerint bármilyen lehet. Ezen hat eset mind olyan, hogy citromra csoki került, és mind a hat különbözik. Másrészt nincs olyan három gombócos fagyi, amiben két külön helyen is citromra csoki kerül, tehát $27-6 = 21$-féleképpen tud fagyit kérni Dani.

D-7. Az álló csempe teteje olyan negyedkörív, melynek a középpontja a feladat feltétele szerint a csempe közepe, így a körív sugara 6 cm, tehát a csempe sarkai is 6 cm-re vannak a csempe középpontjától. Daraboljuk át a csempét úgy, hogy a tetején és alján lévő negyedkörívet vágjuk le és rakjuk a jobb és bal oldalon hiányzó negyedkörív helyére. Ekkor egy négyzetet kapunk, melynek tudjuk, hogy az átlója 12 cm, így a négyzet területe $\frac{12\cdot 12}{2} = 72$ cm^2.

D-8. Válasszunk két különböző egyenest a bal oldali ponton át, és két különbözőt a fenti ponton át. Ez a négy egyenes meghatároz egy konvex négyszöget, és minden konvex négyszöget meg lehet határozni így, tehát csak azt kell megszámolni hányféleképpen tudunk így négy egyenest választani. A bal oldali ponton átmenő négy egyenesből $\binom{4}{2}$=6-féleképpen tudunk két egyenest választani, a fenti ponton átmenő 5 egyenesből $\binom{5}{2}$=10-féleképpen választhatunk, tehát összesen $6\cdot 10 = 60$ konvex négyszöget határoznak meg az egyenesek.

D-9. Mivel két négyjegyű számot adunk össze, ezért az összeg kisebb lesz mint $2\cdot 9999 < 20000$, azaz $D = 1$. Az összeadásban a százasok helyén a két összeadandóban és az összegben is R szerepel. Ez mindössze két esetben lehetséges.

1. eset. $R = 0$, és a tizes helyiértéken nincsen jegyátvitel.
Célunk, hogy az összegben szereplő betűket kifejezzük E-vel. Tudjuk, hogy $S + \H{O} = 10$. Azt is tudjuk, hogy $\H{O} + D + 1 = \H{O} + 1 + 1 = E$ (itt felhasználjuk, az egyes helyiértéken volt jegyátvitel, míg a tizes helyiértéken nem volt). A százas helyiértéken sincsen jegyátvitel, ezért $\ddot{U} = 2\cdot E - 10$. A fenti összefüggéseket használva kifejezhetőek a változók E-vel:

$$\H{O} = E - 2$$

$$S = 12 - E$$

$$\ddot{U} = 2\cdot E - 10$$

A harmadik azonosság miatt $E \geq 6$. A második azonosság kizárja az $E = 6$ esetet. Ha $S = 7$ teljesülne, akkor $Ő$ és S egyaránt 5 lenne. Ha $E = 8$, akkor $Ő$ és $Ű$ lenne egyenlő egymással (mindkettő 6 lenne). Egyedül $E = 9$ esetén nem kapunk ellentmondást, ekkor létezik is megoldás, hiszen $9073 + 9017 = 18090$.

2. eset. $R = 9$, és a tízes helyiértéken van jegyátvitel.
Tudjuk, hogy $S + Ő = 9$, tehát az egyesek helyén nincs jegyátvitel. Ekkor $Ő + D = Ő + 1 = 10 + E$ (itt felhasználjuk, a tizes helyiértéken volt jegyátvitel, míg az egyes helyiértéken nem volt), azaz $Ő = E + 9$. De ekkor $Ő$ értéke 9 lenne, ami lehetetlen (hiszen $R = 9$). Azaz ebben az esetben nincsen megoldás.

Így az egyetlen megoldás a $D = 1, E = 9$, $Ő = 7, R = 0, S = 3$, $Ü = 8$. A válasz pedig $ÜRES = 8093$.

E kategória

E-1. $11 + 22 + ... + 99 = 1 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + ... + 9 \cdot 11 = (1 + 2 + ... + 9) \cdot 11 = 11 \cdot 45 = 495$

E-2. Tudjuk, hogy egy tízszög belső szögeinek összege $8 \cdot 180° = 1440°$. Egy szabályos tízszögnek minden szöge egyforma, így egynek a nagysága éppen $\frac{1440°}{10} = 144°$. Jelölje α a keresett szög nagyságát. Szimmetriai okokból a kilencszög mindkét kisebb csúcsa ekkora, míg a maradék hét csúcs mindegyike $144°$. Tudjuk továbbá, hogy egy kilencszög belső szögeinek összege $7 \cdot 180° = 1260°$. Ez alapján $2\alpha + 7 \cdot 144° = 1260°$, azaz $\alpha = \frac{1260° - 7 \cdot 144°}{2} = 126°$.

E-3. Legyen a hotdog ára A, a húsgolyóé B. Ekkor egy két egyenletből álló egyenletrendszert kapunk:

$$5A + 8B = 1320$$

$$3A + 7B = 990$$

$7A+9B$ értékét keressük. Észrevehetjük, hogy $7A+9B = 2 \cdot (5A+8B) - (3A+7B)$, azaz $7A+9B = 2 \cdot 1320 - 990 = 1650$.

Másik megoldás. A változók értékeinek meghatározásával is célt érhetünk: A második egyenlet ötszöröséből az első háromszorosát kivonva kapjuk, hogy $11B = 5 \cdot 990 - 3 \cdot 1320 = 990$, azaz $B = 90$. Ezt visszahelyettesítve az első egyenletbe kapjuk, hogy $A = 120$. A keresett összeg tehát $7A + 9B = 7 \cdot 120 + 9 \cdot 90 = 1650$ Ft.

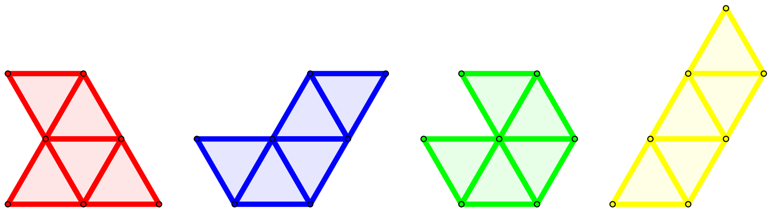
E-4. A következőképpen számoljuk össze a rendeléseket: kiszámoljuk, hányféleképpen rendelhet Ákos, majd kivonjuk azokat a választásokat, melyek csupa hús nélküli fogásból állnak.
Ákos összesen 3-féle levest, 5-féle főételt és 2-féle desszertet választhat, tehát összesen $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$-féleképpen rendelhet. Azonban 2 leves, 2 főétel és 2 desszert nem tartalmaz húst, ezekből $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ olyan rendelés készíthető, melyek csupa hús nélküli ételekből állnak. Ezeket kivonva $30 - 8 = 22$ olyan rendelés van, amely tartalmaz húst.

E-5. Válasszunk két különböző egyenest a bal oldali ponton át, és két különbözőt a fenti ponton át. Ez a négy egyenes meghatároz egy konvex négyszöget, és minden konvex négyszöget meg lehet határozni így, tehát csak azt kell megszámolni hányféleképpen tudunk így négy egyenest választani. A bal oldali ponton átmenő négy egyenesből $\binom{4}{2}$=6-féleképpen tudunk két egyenest választani, a fenti ponton átmenő 5 egyenesből $\binom{5}{2}$=10-féleképpen választhatunk, tehát összesen $6 \cdot 10 = 60$ konvex négyszöget határoznak meg az egyenesek.

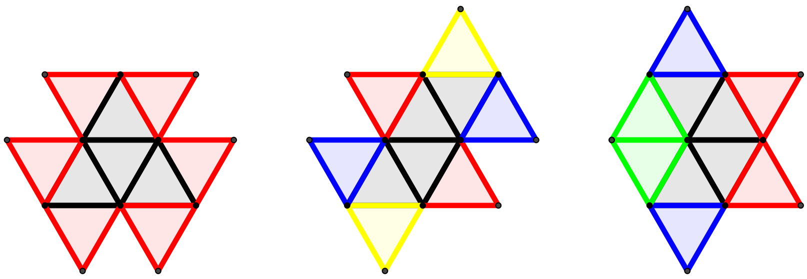
E-6. Ha a kitagadás után n sárkány marad átlagosan 9 fejjel, akkor összesen $9n$ fejük van. A kitagadás előtt $n+1$ családtag volt, így összesen $8 \cdot (n+1)$ fejjel rendelkeztek, majd miután kitagadták Süsüt, 1-gyel csökkent a fejek száma. Tehát $8(n+1) - 1 = 9n$, azaz $n = 7$.

E-7. Az álló csempe teteje olyan negyedkörív, melynek a középpontja a feladat feltétele szerint a csempe közepe, így a körív sugara 6 cm, tehát a csempe sarkai is 6 cm-re vannak a csempe középpontjától. Daraboljuk át a csempét úgy, hogy a tetején és alján lévő negyedkörívet vágjuk le és rakjuk a jobb és bal oldalon hiányzó negyedkörív helyére. Ekkor egy négyzetet kapunk, melynek tudjuk, hogy az átlója 12 cm, így a négyzet területe $\frac{12 \cdot 12}{2} = 72$ cm^2.

E-8. Kis keresgéléssel az alábbi négy darabot találjuk meg.



Több nem is lehet, mert az ábrán az összes 4 háromszögből álló alakzathoz (szürke háromszögek) az összes lehetséges módon hozzá tettünk még egy-egy háromszöget. Az így hozzátett háromszögek közül az egyforma színűek egybevágó alakzatokat eredményeznek. (Épp olyan színűt, mint a fentiek.)



E-9. Mivel tudjuk, hogy egy szám hármas ill. kilences maradéka megegyezik a számjegyeinek összegének hármas ill. kilences maradékával, így Kartal, Bálint és Gábor számai ugyanannyi maradékot adnak hárommal osztva, ami azt jelenti, hogy Timi száma osztható 3-mal. Ekkor azonban a fiúk számai is oszthatóak 3-mal, és 9-cel osztva azonos a maradékuk, így Timi száma oszthtató 9-cel.
Másrészt azt is tudjuk, hogy a számjegykártyák között szerepel az 1-es, hiszen ha Kartal, Bálint és Gábor száma mind nagyobb lenne, mint 2000, akkor Timi száma legalább 6000 lenne. Ezek után már csak 7 lehetőségünk maradt Timi számára (a megadott tartományba eső, 9-cel oszthtató, 1-est tartalmazó szám):

$$4212, 4221, 4311, 4401, 4410, 4419, 4518$$

Mivel Kartal, Bálint és Gábor számai közül a legnagyobb legalább Timi számának harmada, így a következő lehetőségek kiesnek (nem tudunk a harmadánál nagyobb 1-essel kezdődő számot kirakni belőle): $4311, 4401, 4410$.
4212 és 4221 esetén az egyetlen harmadánál nagyobb 1-gyel keződő szám 1422, azonban $1422 \cdot 3 = 4266$, így ez nem jó, ha valamelyikük száma kisebb, az legfeljebb 1242, de $1422 + 1422 + 1242 = 4086$, tehát ez sem jó.
4419 esetén pont fordítva járunk el, a három fiú közül legalább az egyiknek kisebb száma van, mint Timi számának harmada. Mivel $4419/3 = 1473$, így 1449 mindenképp szerepel az összegben, és $1449 \cdot 3 = 4347$, $1449 + 1449 + 1494 = 4392$, $1449 + 1494 + 1494 = 4437$, ez a három legkisebb összeg, amit képezni tudunk, így ez nem lesz jó.
Már csak egy lehetőségünk maradt, 4518, ez pedig valóban van megoldás: $1485 + 1485 + 1548 = 4518$.
Tehát Timi a 4518-ös számot írta le.