



1. Dávid és Ákos beszélgetnek.

- Ákos: Nekem háromszor annyi pontom lett a tavalyi Düreren, mint neked.
- Dávid: De így is több pontom lett, mint ahány megyének tudod a székhelyét.
- Ákos: Na jó, de én több, mint háromszor annyi megyének tudom a székhelyét, mint te.
- Dávid: Ez is igaz, de én több megyének tudom a székhelyét, mint ahány gólt rúgtál tesiórán.
- Ákos: Na jó, de én több, mint négyszer annyi gólt rúgtam tesiórán, mint te.
- Dávid: Ez is igaz, de én is rúgtam gólt tesiórán.

Hány megyének tudja a székhelyét Ákos, ha tudjuk, hogy a tavalyi Düreren legfeljebb 60 pontot lehetett szerezni? A válaszokat indokljátok is.

2. Egy természetes számot *szerencsétlennek* nevezünk, ha minden számjegye különböző, és a számjegyeinek összege 13.

- a) Hány ötjegyű szerencsétlen szám van?
- b) Hány páros van ezek között?
- c) Hány hárommal osztható van közöttük?

3. Albrecht olyan hatszögeket szeret szerkeszteni a füzetébe, melyeknek minden belső szöge 120° -os, és minden oldala cm-ben mérve egész szám. Minden hatszögre ráírja, hogy hány különböző hosszúságú oldala van. Hányféle számot írhat Albrecht a hatszögekre?

Adjatok példát minél több lehetséges értékre.

4. Egy 26 fős osztályban minden héten egy hetes van, akinek a kilétét a következőképpen döntik el: az előző két hetes (névsor szerinti) sorszámát összeadják, és ha ez legfeljebb 26, akkor a kapott sorszámú diák lesz a hetes, egyébként a kapott számnál 26-tal kisebb sorszámú diákot választják ki. *Tehát ha a kapott szám 28, akkor a héten a 2-es sorszámú diák lesz a hetes.*

- a) Lehet-e három egymást követő héten Szűcs, Nagy majd Lenger a hetes, ebben a sorrendben?
- b) Lehet-e három egymást követő héten Lenger, Szűcs, majd Nagy a hetes, ebben a sorrendben?
Ha bármelyik eset előfordulhat, akkor adjátok meg, hogy a diákok hányadik helyen szerepelnek a névsorban. Ha egy eset nem lehetséges, akkor indokljátok meg, hogy miért nem állhat elő a sorrend.

5. Egy 2×2 -es tábla minden mezőjén van kezdetben legalább egy búzaszem. Egy lépésben az alábbi két művelet egyikét hajthatjuk végre:

- (i) Ha egy sor minden mezőjén van legalább egy búzaszem, akkor minden mezőjéről elvehetünk egyet-egyet.
- (ii) Az egyik oszlop minden mezőjén megkétszerezhetjük az ott lévő búzaszemek számát.

a) Mutassátok meg, hogy a jobb oldali kezdőállásból elérhető a fenti lépésekkel, hogy egy búzaszem se maradjon a táblán.

b) Mutassátok meg, hogy az üres táblát tetszőleges kezdőállás esetén el tudjuk érni ilyen lépésekkel.

c) Bizonyítsátok be, hogy ugyanez igaz 8×8 -as táblára is.

3	5
5	3

Mindegyik megoldást külön lapra írtátok, amin szerepeljen a csapat neve, kategóriája és a feladat száma. Minden helyes és megfelelően indokolt feladatmegoldás 12 pontot ér. Összesen 60 pont szerezhető. A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk: