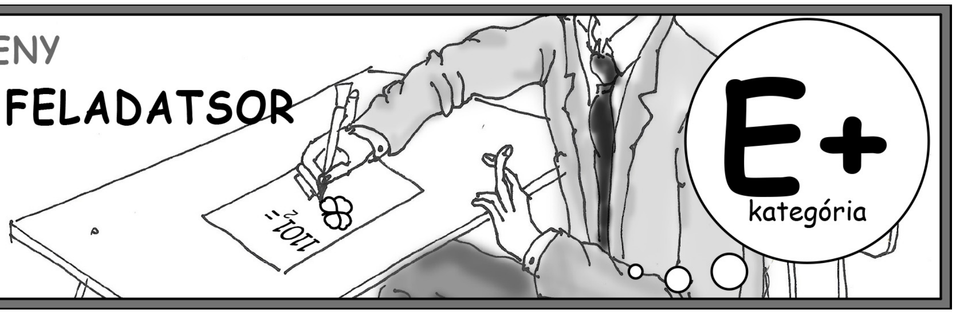
DÜRER VERSENY

MATEMATIKA FELADATSOR

9-12. OSZTÁLYOSOK

HELYI FORDULÓ:
2019. NOVEMBER 8.



1. a) Lehetséges-e, hogy két különböző pozitív egész szám pozitív osztóinak összege megegyezik?
b) Lehetséges-e, hogy két különböző pozitív egész szám pozitív osztóinak szorzata megegyezik?

2. Hányféleképpen lehet egy $n \times n$-es táblázatot egész számokkal kitölteni úgy, hogy a táblázat minden mezőjében az a szám álljon, amennyi a mező sorában és oszlopában rajta kívül összesen található páros számok száma?
Két kitöltést különbözőnek tekintünk, ha van olyan mező, amelyben különböző számok állnak a két kitöltésben.

3. Legalább hány nemnulla valós számot kell kiválasztani ahhoz, hogy bármely kiválasztott szám előálljon pontosan 2019 darab másik kiválasztott szám összegeként, ha
a) lehetnek egyenlő számok a kiválasztottak között?
b) nem lehet két azonos kiválasztott szám?

4. Egy ABC nem egyenlőszárú háromszögnek adott az A csúcsából induló magasságának talppontja, a háromszög körülírt körén levő, az A pontot nem tartalmazó BC ív felezőpontja, és adott még egy P pont.
Szerkesszétek meg ezekből az adatokból az ABC háromszöget, ha a P pont a háromszög
a) magasságpontja.
b) súlypontja.
c) beírt körének középpontja.

5. Legyen p egy prímszám és legyen $k > 1$ a $p-1$ egy osztója. Igazoljátok, hogy ha egy k-adfokú egész együtthatós polinomra teljesül, hogy az egész helyen felvett értékeinek p-vel való osztási maradékai között minden lehetséges érték (tehát $0, 1, \ldots, p-1$ mindegyike) előfordul, akkor ennek a polinomnak a főegyütthatója p-vel osztható.
Megjegyzés: Egy d-edfokú polinom főegyütthatója az x^d tag együtthatója.

Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amin szerepeljen a csapat neve, kategóriája és a feladat száma. Minden helyes és megfelelően indokolt feladatmegoldás 12 pontot ér. Összesen 60 pont szerezhető. A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánnak:

a XIII.Dürer Verseny szervezői