



**سوال یکم- الف.** آیا امکان دارد که مجموع تمامی مقسوم علیه های مثبت دو عدد طبیعی متفاوت برابر شود؟

ب. آیا امکان دارد که حاصل ضرب تمامی مقسوم علیه های مثبت دو عدد طبیعی متفاوت برابر شود؟

**سوال دوم- به چند روش می توان یک جدول  $n \times n$  را با عددهای صحیح طوری پرکرد که هر خانه حاوی تعداد عددهای زوجی باشد که در سطر و ستون آن (به غیر از خودش) قرار دارند؟**

دو جدول را متمایز گوئیم اگر در حداقل یک خانه با هم اختلاف داشته باشند.

**سوال سوم- حداقل چند عدد حقیقی ناصفر را باید انتخاب کنیم که مطمئن باشیم هریک از آن ها را می توان به صورت جمع 2019 عدد انتخاب شده ی دیگر نوشت و**

الف. عددهای انتخاب شده ضرورتاً متمایز نباشند؟

ب. عددهای انتخاب شده دو بدو متمایز باشند؟

**سوال چهارم- فرض کنید پای ارتفاع مرسوم از راس  $A$  در مثلث  $ABC$  با سه زاویه ی نامساوی به شما داده شده است، در دایره محیطی مثلث  $ABC$  وسط کمانی با نقطه های پایانی  $B, C$  از سمتی که شامل  $A$  نیستند و نقطه ی سومی به نام  $P$  نیز به ما داده شده است. در صورتی که نقطه ی  $P$  یکی از نقاط زیر باشد، مثلث را ترسیم کنید:**

الف. مرکز ارتفاعی،

ب. مرکز ثقل،

پ. مرکز دایره محاطی داخلی.

سوال پنجم- اگر  $p$  عددی اول باشد و  $k > 1$ ، شمارنده ای از  $p - 1$  باشد. نشان دهید اگر یک چندجمله ای از درجه  $k$  با ضریب های صحیح، همه ی مقادیر ممکن به پیمانه  $p$  (یعنی  $0, 1, \dots, p - 1$ ) را به ازای ورودی ها (نقطه های) صحیح بگیرد، درین صورت ضریب پیشرو آن باید بر  $p$  بخش پذیر باشد.

توجه:

لطفا تمامی راه حل ها را در صفحات جداگانه ای بنویسید. نام تیم خود و سطح مسابقه را به درستی وارد کنید.

هر پرسش، دوازده امتیاز دارد. زمان این آزمون نیز 180 دقیقه است. موفق باشید!

برگزار کنندگان سیزدهمین دوره ی مسابقه ی دیورر.