



1. Legyen ABC egy hegyesszögű háromszög, ahol $AC > BC$. Legyen T a C -ből induló magasság talppontja, O pedig a háromszög körülírt körének középpontja. Bizonyítsátok be, hogy az $ATOC$ és a $BTOC$ négyszögek területe megegyezik.

2. Adott egy 13×13 -as táblára osztott térkép, melyről tudjuk, hogy az egyik mezőjének közepén egy ellenséges tank állomásozik, amelyet meg kell semmisítenünk. Ehhez kétszer kell eltalálnunk mezők közepére leadott lövésekkel, azonban ha a tankot találat éri, akkor elővigyázatossági okokból átviszik egy oldalszomszédos mezőre, egyébként egy helyben marad. Legalább hány lövést kell összesen leadnunk, hogy a tankot biztosan megsemmisítsük?

A tankot nem látjuk, és semmilyen egyéb visszajelzést sem kapunk a helyzetéről.

3. Létezik-e 5 egymást követő pozitív egész szám, amelyek legkisebb közös többszöröse egy négyzetszám?

4. Endre felírt egy lapra n (nem feltétlenül különböző) egész számot, majd Kelemen az n szám mind a 2^n részhalmazához felírta a táblára a benne lévő számok összegét.

a) Mely pozitív egész n számok esetén fordulhat elő, hogy két különböző lapra leírt (különböző) szám n -eshez a táblán ugyanazok a számok szerepelnek?

b) Bizonyítsátok be, hogy ha Endre csak pozitív egész számokat írt a lapra, és Ferenc csak a táblán lévő számokat látja, akkor azokból meg tudja határozni a lapon szerepelt n számot.

5. Legyen $H = \{-2019, -2018, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, 2020\}$. Adjátok meg az összes olyan $f : H \rightarrow H$ függvényt,

a) melyre $x = f(x) - f(f(x))$ teljesül minden $x \in H$ esetén.

b) melyre $x = f(x) + f(f(x)) - f(f(f(x)))$ teljesül minden $x \in H$ esetén.

6. **Játék:** Károly és Dezső m -ig szeretnének elszámolni, és közben a következő játékot játsszák: 0-ról kezdenek, a két játékos felváltva adhat hozzá egy 13-nál kisebb pozitív egészet a korábbi számhoz, azonban a babonájuk miatt ha egyikük x -et adott hozzá, akkor másikuk a következő lépésben nem adhat hozzá $13 - x$ -et. Az veszít, aki eléri (vagy átlépi) m -et.

Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Az m szám ismeretében ti dönthetitek el, hogy a kezdő vagy a második játékos bőrébe szeretnétek bújni.

Mindegyik megoldást külön lapra írájatok, amelyen szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat sorszáma. Mindegyik feladat olvasható és megfelelően indokolt megoldása 12 pontot ér. Feladatonként legfeljebb 4 extra pont is szerezhető lényegesen különböző második megoldással vagy általánosítással.

A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!