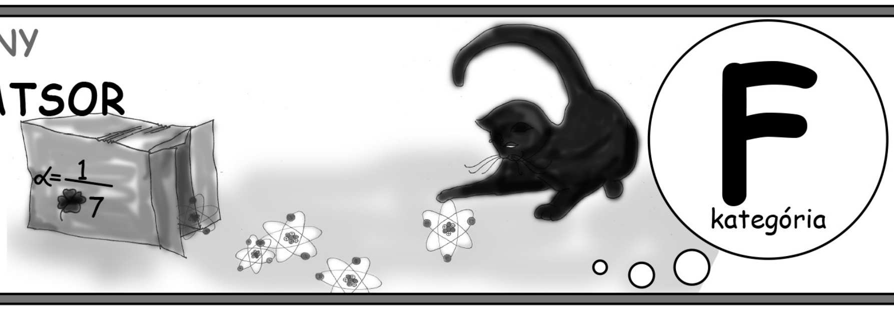
. DÜRER VERSENY

FIZIKA FELADATSOR

11-12. OSZTÁLYOSOK

DÖNTŐ:

2020. FEBRUÁR 7.



Figyelem! *A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldások számszerű közlése, levezetés és a logikai lépések szöveges indoklása is szükséges (pl. „Newton III. törvénye alapján...")!*

1. Feladat

Egy L hosszúságú, könnyű, merev, töltetlen szigetelőrudat egyik végénél felfüggesztünk, a másik végére m tömegű, $Q > 0$ töltésű gyöngyöt erősítünk. A felfüggesztési pont alatt $2L$ távolságban rögzítünk egy másik, $q > 0$ töltésű gyöngyöt.

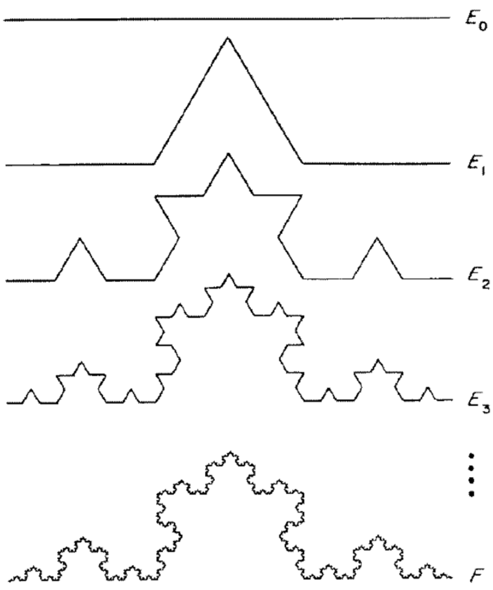
(a) Mekkora φ szögben tér ki a rúd a függőleges irányhoz képest egyensúly esetén? Hogyan változik a lehetséges egyensúlyi helyzetek száma q függvényében? (A nehézségi gyorsulás nagysága g, a felfüggesztés kialakítása olyan, hogy $0 \leq \varphi \leq 180°$.)

(b) Az egyes egyensúlyi helyzetek stabilak vagy instabilak? Függ-e ez a q paramétertől?

2. Feladat

A legalsó ábrán az ún. Koch-görbe látható, amit egy iterációs eljárással kaphatunk, egy L hosszúságú E_0 jelű szakaszból. Általánosan az E_n alakzatból a következőképp kapjuk az E_{n+1} alakzatot:

- E_n-t harmadára kicsinyítjük,
- négyszer vesszük E_n kicsinyített mását,
- ezt a négy szakaszt úgy illesztjük össze, hogy az E_1 görbe négy szakaszára, mint „vázra" ráragasztjuk E_n kicsinyített másait.



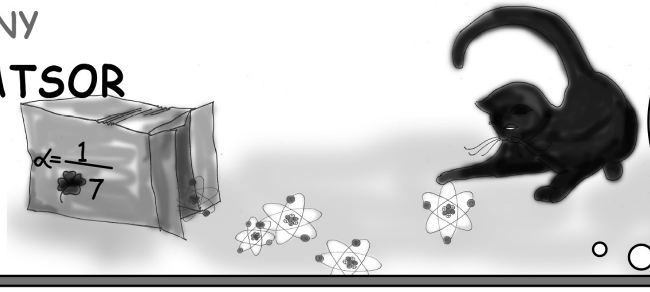
Ha ezt az iterációt a végtelenségig folytatjuk, akkor jutunk el az F jelű Koch-görbéhez, ami egy önhasonló (ún. fraktál) alakzat, azaz bárhol nagyítjuk ki a görbét, ugyanazt az alakzatot látjuk. Most, hogy megismertük a Koch-görbét, határozzuk meg annak tömegközéppontját!

A feladat során a Koch-görbe vonal menti tömegsűrűségét vegyük egy állandó ρ értéknek, azaz egy Δx hosszúságú szakasz tömege $\Delta m = \rho \Delta x$.

(a) Adjátok meg az E_1-es és E_2-es ábrán szereplő görbék tömegközéppontját!

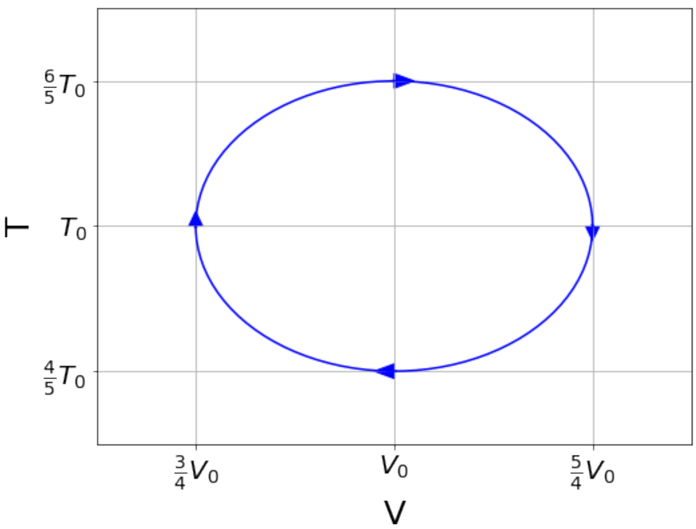
(b) Adjuk meg az E_{n+1} görbe tömegközéppontjának helyét az E_n görbe tömegközéppontjának függvényében!

(c) Ábrázoljuk vázlatosan a tömegközéppont helyzetét n függvényében (első 5-10 elemét a sorozatnak), majd határozzuk meg a Koch-görbe tömegközéppontját! Utóbbinál érdemes kihasználni, hogy önhasonló alakzatról van szó.



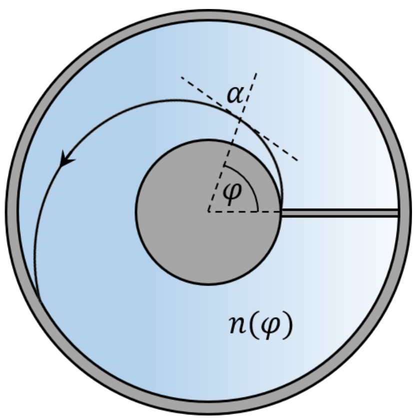
3. Feladat

Egy kísérletben n mólnyi ideális gázzal az *ábrán* látható, a $T-V$ síkon ellipszis alakú körfolyamatot végeztetjük. Mekkora a körfolyamat során a gáz nyomásának maximális és minimális értéke?



4. Feladat

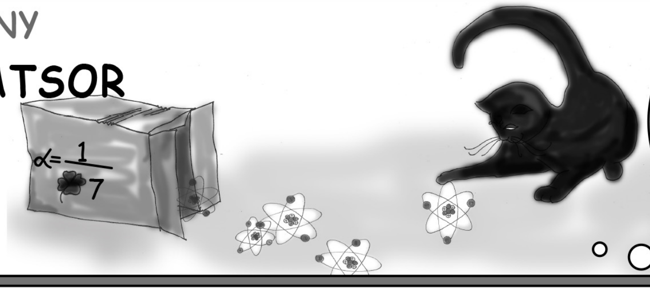
Egy hengerhéj alakú tartály belsejét térben változó optikai tulajdonságokkal rendelkező anyaggal töltjük ki. Az anyag törésmutatója csak az *ábrán* jelölt φ polárszögtől függ: $n(\varphi)$. A tartályba iktatott elválasztófaltól – ahol a törésmutató n_0 értékű – egy keskeny fénysugarat indítunk el a rádiuszhoz képest α szögben, amely ezt követően logaritmikus spirál alakú pályát jár be. A logaritmikus spirál definiáló tulajdonsága, hogy ez a szög a pálya mentén állandó értékű.



(a) Adjuk meg a törésmutató $n(\varphi)$ függését!

(b) Az $\alpha = 0$, illetve $\alpha = 90°$ határesetben a logaritmikus spirál sugárirányú egyenesbe illetve körbe megy át. Megvalósulhatnak-e ezek egy-egy fénysugár pályájaként, ha igen, milyen $n(\varphi)$ függvény mellett?

Útmutatás: Szükség esetén felhasználhatjuk, hogy $\Delta x \ll 1$ esetén érvényesek a $\sin(\Delta x) \approx \Delta x$, $\cos(\Delta x) \approx 1$, $\Delta x/x \approx \Delta(\ln x)$ közelítések.



5. Feladat

Dénes mindig kerékpárral jár iskolába. Nincs nehéz dolga a síkságon, ráadásul az otthonát az iskolával egy nyílegyenes utca köti össze. Mégis elégedetlen, mert úgy érzi, a szél mindig csak akadályozza őt. Azt ugyan már elfogadta, hogy a levegő körülötte való áramlása miatti közegellenállási erő őt rendszeresen lassítja, de hogy a szél is mintha mindig rossz irányba fújna?! De nem csak ezen morfondírozik a monoton kerékpározás unalmas perceiben. Számba veszi ugyanis, miféle energiaveszteségek lépnek még föl a bicajozás közben, és azon gondolkozik, hogy talán létezik olyan sebesség vagy taktika, amivel a veszteségeit minimalizálni tudja. Ezt persze nem lehet csak úgy, tekerés közben végiggondolni, szépen végig kell számolnia papíron. Gondolatait és kérdéseit megosztjuk itt a versenyen egy feladat formájában.

Tegyük fel, hogy egy kerékpáros egy L hosszúságú, vízszintes szakaszon állandó, v sebességgel halad.

(a) Mekkora E (mechanikai) energiájába kerül végighaladni ezen a szakszon **oda-vissza**, ha a szél nem fúj, az induláshoz és megforduláshoz szükséges energiát nem vesszük figyelembe, és a mozgásában csak

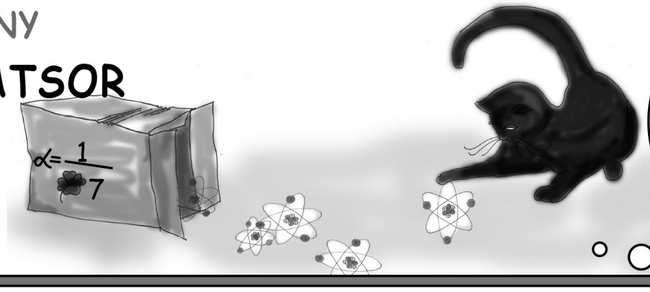
1. a lamináris közegellenállási erő akadályozza, ami arányos a sebességével, és azzal ellentétes irányú (jelölje ezt az együtthatót α),
2. a turbulens közegellenállási erő akadályozza, ami négyzetesen arányos a sebességével, és azzal ellentétes irányú (jelölje ezt az együtthatót β)[1],
3. a gördülési ellenállás akadályozza, amit egy olyan erő fejt ki, ami a mozgás irányával ellentétes és nagysága állandó (jelölje ezt az erőt F_g),
4. a világításért felelős dinamó akadályozza, ami csak a kerék forgásából nyeri az energiát, és aminek a hatásfoka és teljesítménye állandó (jelölje a teljesítményét P_d, a hatásfokot pedig, ami megadja a világításra felhasznált energia arányát a mozgásból felvetthez képest η)?

Megannyi erő, megannyi nehézség! Ezek az erők sebességfüggése érdekes, már csak azért is, mert Dénes a sebességét szabadon megválaszthatja.

(b) Hogyan érdemes megválasztania a sebességét külön-külön az 1-4-es esetekben, hogy a végighaladáshoz szükséges energia minimális legyen? Legyen minél lassabb? Vagy legyen minél gyorsabb? Esetleg van(nak) olyan sebesség(ek) vagy sebességtartomány(ok), ahol ez minimális?

Node most jön csak a java. Az első **két** esetben (lamináris és turbulens közegellenállási erők) vajon hogyan függ a végighaladáshoz szükséges energia, amennyiben fúj is a szél? Tegyük fel, hogy a szél iránya iskolába menet és jövet is azonos irányú, nagysága mindvégig állandó és annak v_k értékére az igaz, hogy $v_k < v$, vagyis mindig kisebb, mint a haladási sebesség

[1] A lamináris közegellenállási erő akkor lép fel, ha a bicajos elég lassan megy. A turbulens közegellenállási erő pedig akkor, ha elég gyorsan megy. Az, hogy a kettő közül melyik jellemzi, vagy pontosabban szólva, hogy melyik jellemzi inkább a közegellenállást, a sebességen kívül még megannyi dologtól függ, de ezeket itt és most ne vegyük figyelembe, hanem csak tételezzük fel, hogy az egyes esetekben csak az egyes erők akadályozzák.



nagysága. Jó tudni, hogy szél esetén a levegő-bicajos közegellenállási erő a kettejük relatív sebességétől függ a már leírt módon. Mennyivel több energiára van szüksége az **oda-vissza** út során, ha

(c) a szél iskola-otthon tengely irányú

(d) a szél az iskola-otthon tengellyel φ szöget zár be?

Dénes ekkor már tudta, hogy lehetetlen ezt a csatát megnyernie a természettel szemben, de igyekszik a lehető legkisebb rosszat választani. Az egyszerűbb számolhatóságért azt feltételezi, hogy csak az 1-es, a 3-as és a 4-es gonosz erők (lamináris közegellenállási erő, a gördülési ellenállás és a dinamó fékező hatása) akarják megakadályozni az iskolába, majd a hazajutásban.

(e) Ebben az esetben hogyan válassza meg a sebességét, hogy a legkevesebb energiájába kerüljön a suliba bemenni és hazajönni?

(Felsőbb matematikai eszközök nélkül is megoldható a feladat. Örvendünk és szép mosollyal jutalmazzuk azokat, akik elegáns megoldást választanak, és nem pedig brutál módon számolnak. Akik mégis a csábítás útjára lépnek, azoknak a megoldását felsőbb matematikai szigorral ellenőrizzük!)

Használható segédeszközök: író- és rajzolóeszközök, számológép, függvénytáblázat.
A feladatok megoldására 180 perc áll a csapatok rendelkezésére.
Sikeres versenyzést kívánnak:

a szervezők