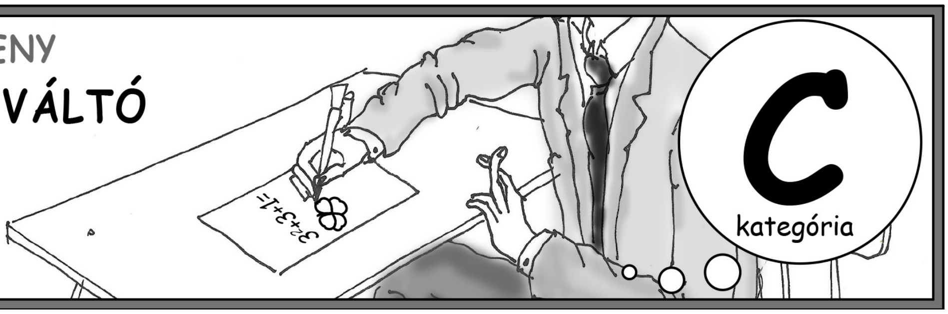
DÜRER VERSENY

# MATEMATIKA VÁLTÓ

9-10. OSZTÁLYOSOK

DÖNTŐ:

2020. FEBRUÁR 8.




**C-1.** Egy szállodában a szobák 2-től 27-ig vannak megszámozva, azonban a babona miatt egyik szoba száma sem tartalmazhat számjegyet a 13-as számból. Hány szoba van a szállodában? (3 pont)

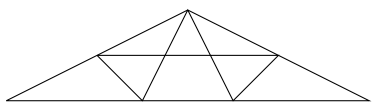
**C-2.** Picur egy különleges alakú csokoládét akart készíteni a barátjának, Gombóc Artúrnak: egy 27 kis csokikockából álló nagy csokikockát. Sajnos azonban mikor elkezdte megépíteni a nagy kockát, észrevette, hogy csak 26 kis csokikockája van, így a nagy kocka egyik lapjának a közepére nem került kis kocka. Gombóc Artúr így is nagyon örült az ajándéknak, és elhatározta, hogy annyi napig fogja fogyasztani a csokitömböt, ahány csúcsa, éle és lapja van összesen ennek a furcsa alakú testnek. Hány napig fogyasztja Gombóc Artúr a csokit? (3 pont)

**C-3.** Nagymamának négy unokája van: Anna, Bea, Csaba és Dénes. Egy délután a nagymama tortát sütött az unokáinak. Úgy szeletelték fel a tortát, hogy először kettévágták, majd a keletkezett darabokat is kettévágták, és így folytatták egy darabig. Tudjuk, hogy Anna három szeletet evett, Csaba pedig kétszer annyi szeletet evett, mint Bea. Dénes kétszer annyi szeletet evett, mint Csaba, és még a nagymamának is jutott egy szelet a tortából. Hány szeletet evett Csaba, ha a tortát a lehető legkevesebb részre vágták úgy, hogy a fenti feltételek teljesülnek, mindenki evett a tortából, és az egész tortát elfogyasztották? (3 pont)

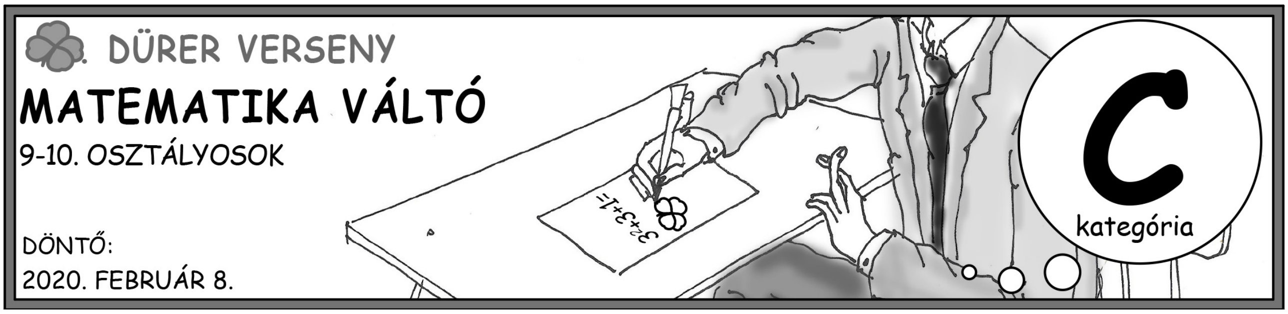
**C-4.** András felírt egy lapra 4 pozitív egész számot, melyek összege megegyezik a szorzatukkal. Mennyi a 4 szám négyzetösszege? (3 pont)

**C-5.** Hányféleképpen fedhető le egy $3 \times 3$ -as négyzet 4 darab $1 \times 2$-es és egy darab $1 \times 1$-es dominóval?
*A négyzet forgatásával egymásba vihető lefedések is különbözőnek számítanak. Az azonos alakú dominók teljesen egyformák.* (4 pont)

**C-6.** Hány háromszög található az ábrán? (4 pont)



**C-7.** Egy moziteremben 4 VIP szék van egymás mellett, 1-től 4-ig megszámozva. Blokknak nevezünk néhány egymás melletti szabad széket. Az online VIP helyfoglalás folyamán a néző kiválaszthatja, hogy melyik blokkban foglal helyet, és hogy annak az első, utolsó vagy középső székét foglalja le (páros sok székből álló blokk esetén a kisebb sorszámú középsőt). Egy vetítésre mind a 4 VIP helyet lefoglalták. Hányféle foglalási sorrendben történhetett ez meg?
*Például ha csak a 2-es szék lenne lefoglalva, az első blokk az 1-es, a második blokk pedig a 3-as és 4-es székek lennének. Két foglalási sorrend különböző, ha van olyan szék, amit nem ugyanannyiadikként foglaltak le.* (4 pont)




**C-8.** A kalózkapitány és segédje sikeresen elrabolt 96 aranypénzt. Az osztozkodás törvényei alapján a kalózkapitánynak több aranyat kell kapnia, mint a segédjének, de mivel a kalózkapitány jószívű, úgy osztja szét az aranyakat, hogy a kapott aranyak számjegyeinek összege ugyanannyi legyen. Hány aranyat kap a segédje? (4 pont)

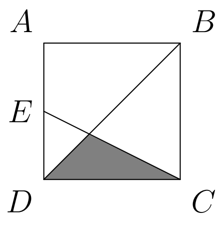
**C-9.** Egy lóversenyen 4 induló volt. A futam előtt mindenki megtippelte a 4 ló beérkezési sorrendjét. A végén a díjakat így számolták ki: 2 dollárt ért minden ló, akinek a helyezését pontosan eltalálták, és 1-et, ha egy helyezés volt a különbség a tippelt és az elért eredmény közt. A versenyre 23 tipp érkezett, melyek mindegyike különböző volt, és egyik se találta el a pontos eredményt. Hány dollárt fizettek ki a tippelők közt? (5 pont)

**C-10.** A 12 legfeljebb hányadik hatványával lehet osztható egy 4200-jegyű szám számjegyeinek szorzata, ha a szám egyik számjegye sem 0? (5 pont)

**C-11.** Egy zsákban piros és kék golyók vannak, összesen 729. Egy körben kihúzunk a zsákból három golyót, és az asztalra helyezünk egy golyót abból a színből, amiből többet húztunk ki, a másik két golyót pedig kidobjuk. Miután kiürül a zsák, az asztalon lévő golyókat visszarakjuk a zsákba, és újrakezdjük a folyamatot. A zsák hatodik kiürülése után 1 piros golyó maradt csak az asztalon. Legfeljebb hány kék golyó lehetett kezdetben? (5 pont)

**C-12.** A 25!-t felírtuk különböző egész számok szorzataként. Legfeljebb hány számot írhattunk fel? (5 pont)

**C-13.** Hány cm$^2$ a szürke rész területe, ha $ABCD$ egy 108 cm oldalhosszúságú négyzet, és az $E$ pont az $AD$ oldal felezőpontja? (6 pont)




**C-14.** Melyik az a legkisebb egynél nagyobb $k$ egész szám, amelyre $k \times 9997$ csak páratlan számjegyeket tartalmaz? (6 pont)

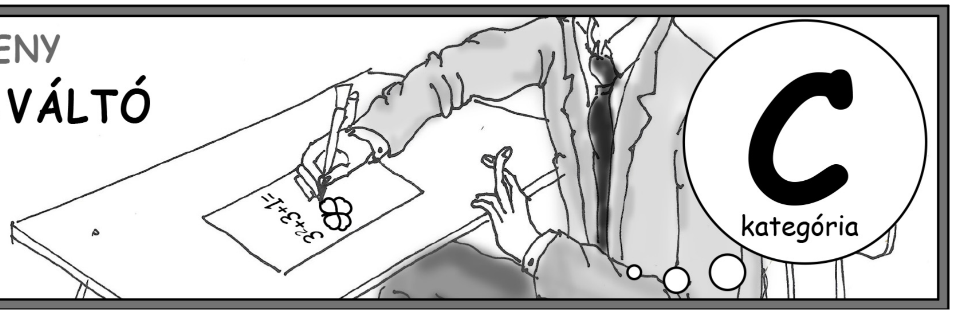
. DÜRER VERSENY

**MATEMATIKA VÁLTÓ**

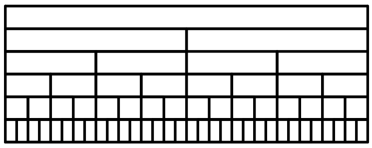
9-10. OSZTÁLYOSOK

DÖNTŐ:

2020. FEBRUÁR 8.




**C-15.** Somának van egy 6 szintes, 63 téglából álló tornya, amely egyre szélesebb téglákból áll. Felülről a $k$-adik szinten $2^{k-1}$ darab tégla van ($k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$), és minden tégla, ami nem a legalsó szinten van, pontosan 2 darab, egy szinttel alatta lévő téglán helyezkedik el (lásd az ábrán). Soma egyesével elvesz 7 téglát a tornyából úgy, hogy csak olyan téglát vehet el, amin már nincs más tégla. Hányféleképpen teheti ezt meg, ha az elvétel sorrendje is számít? (6 pont)



**C-16.** Az $a$,$b$,$c$ pozitív egészek kisebbek, mint 2020. Tudjuk, hogy $a$ osztja $b + c$-t, $b$ osztja $a + c$-t és $c$ osztja $a + b$-t. Hány ilyen rendezett számhármas van?
*Megjegyzés: Egy rendezett számhármasban számít a számok sorrendje, tehát a* $(0, 1, 2)$ *rendezett számhármas nem ugyanaz, mint a* $(2, 0, 1)$ *rendezett számhármas.* (6 pont)

| # | MO | A feladat szövege | P |
|---|---|---|---|
| C-1 | 13 | Egy szállodában a szobák 2-től | 3p |
| C-2 | 51 | Picur egy különleges alakú csokoládét | 3p |
| C-3 | 8 | Nagymamának négy unokája van: Anna, | 3p |
| C-4 | 22 | András felírt egy lapra 4 pozitív egész | 3p |
| C-5 | 18 | Hányféleképpen fedhető le egy $3 \times 3$ | 4p |
| C-6 | 18 | Hány háromszög található az ábrán? | 4p |
| C-7 | 18 | Egy moziteremben 4 VIP szék van | 4p |
| C-8 | 39 | A kalózkapitány és segédje sikeresen | 4p |
| C-9 | 76 | Egy lóversenyen 4 induló volt. | 5p |
| C-10 | 3600 | A 12 legfeljebb hányadik hatványával | 5p |
| C-11 | 665 | Egy zsákban piros és kék golyók vannak, | 5p |
| C-12 | 30 | A 25!-t felírtuk különböző egész számok | 5p |
| C-13 | 1944 | Hány cm$^2$ a szürke rész | 6p |
| C-14 | 3335 | Melyik az a legkisebb egynél nagyobb $k$ | 6p |
| C-15 | 4976 | Somának van egy 6 szintes, 63 téglából | 6p |
| C-16 | 9084 | Az $a$,$b$,$c$ pozitív egészek kisebbek, | 6p |