

D-1. Egy szállodában a szobák 2-től 27-ig vannak megszámozva, azonban a babona miatt egyik szoba száma sem tartalmazhat számjegyet a 13-as számból. Hány szoba van a szállodában? (3 pont)

D-2. Hányféleképpen fedhető le egy 3×3 -as négyzet 4 darab 1×2 -es és egy darab 1×1 -es dominóval?

A négyzet forgatásával egymásba vihető lefedések is különbözőnek számítanak. Az azonos alakú dominók teljesen egyformák. (3 pont)

D-3. Milyen számot írhatunk a ? helyére, hogy igaz legyen a következő állítás?

$$11001_? = 54001_{10}$$

Az alsó indexbe írt szám a számrendszer alapját jelöli. (3 pont)

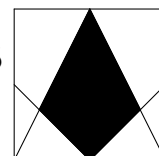
D-4. Picur a nyaralásról visszatérve olyan különleges alakú óriás csokoládét hozott barátjának, Gombóc Artúrnak, amilyennel még ő sem találkozott soha: a csokoládé egy 3 dm oldalhosszúságú kocka, melynek egyik lapjának közepén, és az azzal szemközti lapjának egyik sarkán is egy 1 dm oldalhosszúságú kocka alakú lyuk található. Gombóc Artúr elhatározta, hogy annyi napig fogja fogyasztani a csokitömböt, ahány csúcsa, éle és lapja van összesen ennek a furcsa alakú testnek. Hány napig fogyasztja Gombóc Artúr a csokit? (3 pont)

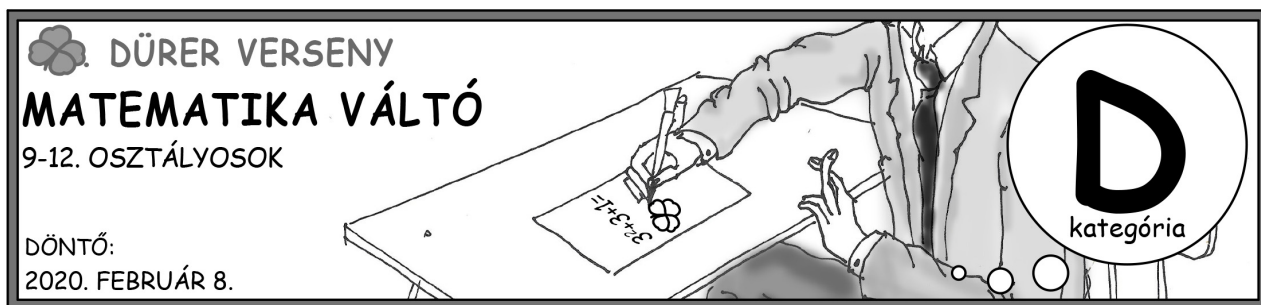
D-5. A kalózkapitány és segédje sikeresen elrabolt 96 aranypénzt. Az osztzkodás törvényei alapján a kalózkapitánynak több aranyat kell kapnia, mint a segédjének, de mivel a kalózkapitány jószívű, úgy osztja szét az aranyakat, hogy a kapott aranyak számjegyeinek összege ugyanannyi legyen. Hány aranyat kap a segédje? (4 pont)

D-6. Tudjuk, hogy n egy pozitív egész, melynek számjegyösszege 100. Ha $44n$ számjegyeinek az összege 800, mennyi $3n$ számjegyeinek az összege? (4 pont)

D-7. Egy hatszög minden szöge azonos nagyságú, és négy egymást követő oldala 7, 6, 3, valamint 5 egység hosszú. Hány egység a hatszög két kimaradó oldalának hosszának összege? (4 pont)

D-8. Mekkora a fekete rész területe, ha a négyzet oldalhossza 78, és az ábrán szereplő szakaszok végpontjai a négyzet csúcsai, illetve oldalfelező pontjai? (4 pont)





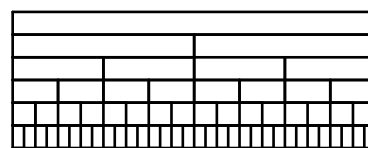
D-9. A $25!$ -t felírtuk különböző egész számok szorzataként. Legfeljebb hány számot írhattunk fel? (5 pont)

D-10. Egy lóversenyen 6 induló volt. A futam előtt mindenki megtippelte a 6 ló beérkezési sorrendjét. A verseny végén a díjakat a következőképpen számolták ki: 2 dollárt ért minden ló, akinek a helyezését pontosan eltalálták, és 1-et, ha egy helyezés volt a különbség a tippelt és az elért eredmény közt. A versenyre 719 tipp érkezett, melyek mindegyike különböző volt, és egyik se találta el a pontos eredményt. Hány dollárt fizettek ki a tippelők közt? (5 pont)

D-11. Melyik az a legkisebb egynél nagyobb k egész szám, amelyre $k \times 9997$ csak páratlan számjegyeket tartalmaz? (5 pont)

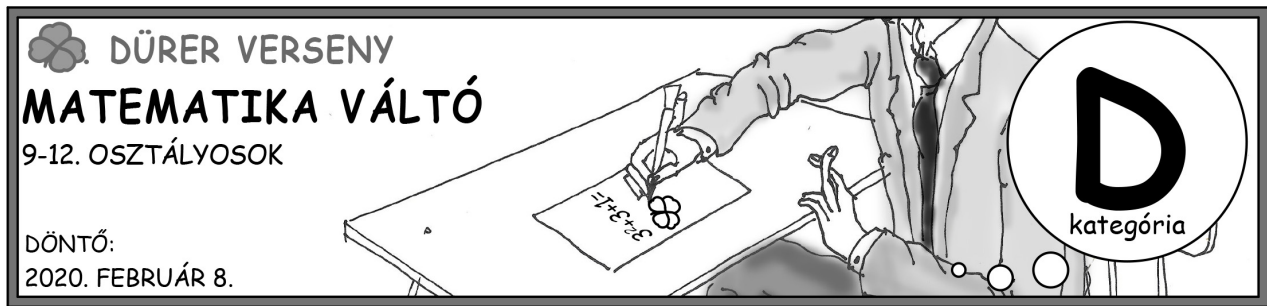
D-12. A Mikulás kitalálós játékot játszik Marvinnal, mielőtt odaadná neki az ajándékát, amit 100 ajtó egyike mögött rejtett el (az ajtók 1-től 100-ig vannak megszámozva). Marvin rákérdezhet egy ajtóra, és a Mikulás a következőképpen válaszol rá: ha a kért ajtó mögött van az ajándék, azt mondja: *forró*, ha az ajándék ajtajának száma és a kért ajtó száma legfeljebb 5-tel különbözik, azt mondja: *meleg*, ha pedig többel különbözik, akkor azt mondja: *hideg*. Legalább hány kérdés kell Marvinnak ahhoz, hogy biztosan tudhassa, melyik ajtó mögött van az ajándék? (5 pont)

D-13. Somának van egy 6 szintes, 63 téglából álló tornya, amely egyre szélesebb téglákból áll. Felülről a k -edik szinten 2^{k-1} darab téglát van ($k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$), és minden téglát, ami nem a legalsó szinten van, pontosan 2 darab, egy szinttel alatta lévő téglán helyezkedik el (lásd az ábrán). Soma egyesével elvesz 7 téglát a tornyából úgy, hogy csak olyan téglát vehet el, amin már nincs más téglát. Hányféleképpen teheti ezt meg, ha az elvétel sorrendje is számít? (6 pont)



D-14. Az a, b, c pozitív egészek kisebbek, mint 2020. Tudjuk, hogy a osztja $b + c$ -t, b osztja $a + c$ -t és c osztja $a + b$ -t. Hány ilyen rendezett számhármast van?

Megjegyzés: Egy rendezett számhármastban számít a számok sorrendje, tehát a $(0, 1, 2)$ rendezett számhármast nem ugyanaz, mint a $(2, 0, 1)$ rendezett számhármast. (6 pont)



D-15. Legyen az n szám k -szép, ha osztható k -val és a pozitív osztóinak a száma k . Jelölje S a 2020-nál nem nagyobb 20-szép pozitív számok összegét. Mennyi $\frac{S}{20}$? (6 pont)

D-16. Egy moziteremben 6 VIP szék van egymás mellett, 1-től 6-ig megszámozva. Blokknak nevezünk néhány egymás melletti szabad széket. Az online foglalás során egy hely lefoglalása két lépésből áll: az első lépésben ki kell választani, hogy melyik blokkban akarunk helyet foglalni, majd a második lépésben azt, hogy annak a blokknak az első, utolsó vagy középső székét foglaljuk le (páros sok szék-ből álló blokk esetén a kisebb sorszámú középsőt). (Második lépésben a rendszer mindig felajánlja mind a három lehetőséget, még akkor is ha ezek nem jelentenek különböző székeket.) Benedek az egyik előadásra mind a 6 VIP helyet lefoglalta. Hányféleképpen tehette ezt meg Benedek, ha két esetet akkor nevezünk különbözőnek, ha van olyan lépés, amiben Benedek más opciót választott? Például ha a 2-es és a 6-os VIP szék lenne lefoglalva, az első blokk az 1-es, a második blokk pedig a 3-as, 4-es és 5-ös székek lennének. Két foglalási sorrendet különbözőnek tekintünk, ha a sorszámok foglalási sorrendje nem azonos, vagy ha van olyan szék, amelyet a két foglalási sorrendben különböző elhelyezkedéssel (első/utolsó/középső székként a blokkban) foglaltak le. Tehát ha 2 VIP szék lenne, 9 lenne a válasz. (6 pont)

#	MO	A feladat szövege	P
D-1	13	Egy szállodában a szobák 2-től	3p
D-2	18	Hányféleképpen fedhető le egy 3×3	3p
D-3	15	Milyen számot írhatunk	3p
D-4	69	Picur a nyaralásról visszatérve olyan	3p
D-5	39	A kalózkapitány és segédje sikeresen	4p
D-6	300	Tudjuk, hogy n egy pozitív egész, melynek	4p
D-7	9	Egy hatszög minden szöge azonos nagyságú,	4p
D-8	2028	Mekkora a fekete rész területe, ha a	4p
D-9	30	A $25!$ -t felírtuk különböző egész számok	5p
D-10	2628	Egy lóversenyen 6 induló volt.	5p
D-11	3335	Melyik az a legkisebb egynél nagyobb k	5p
D-12	12	A Mikulás kitalálós játékot játszik	5p
D-13	4976	Somának van egy 6 szintes, 63 téglából	6p
D-14	9084	Az a, b, c pozitív egészek kisebbek,	6p
D-15	472	Legyen az n szám k -szép, ha	6p
D-16	4824	Egy moziteremben 6 VIP szék van	6p