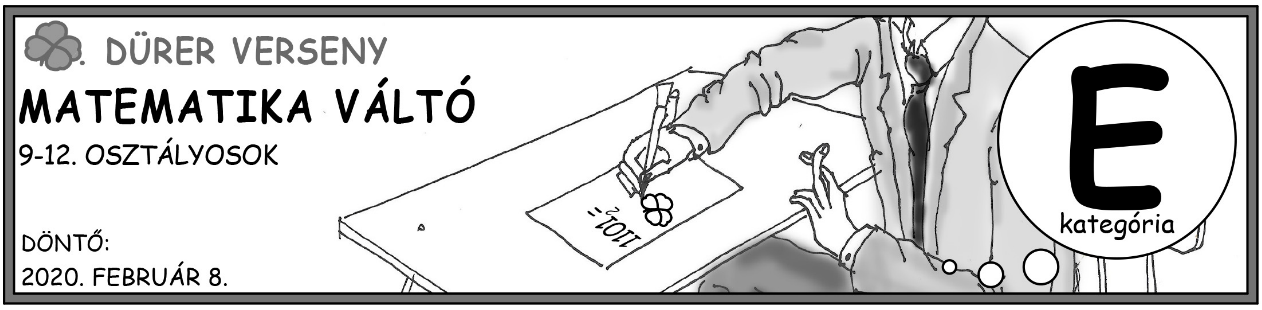


E-1. Hányféleképpen fedhető le egy 3×3 -as négyzet 4 darab 1×2-es és egy darab 1×1-es dominóval?
A négyzet forgatásával egymásba vihető lefedések is különbözőnek számítanak. Az azonos alakú dominók teljesen egyformák. (3 pont)

E-2. Milyen számot írhatunk a ? helyére, hogy igaz legyen a következő állítás?

$$11001_? = 54001_{10}$$

Az alsó indexbe írt szám a számrendszer alapját jelöli. (3 pont)

E-3. Anna leírta a négyzetszámokat egytől egymillióig egy sorba. Éjszaka azonban a gonosz manó letörölte az egyik számot, így reggel Anna már csak azt látta, hogy a 760384 és a 763876 szám között van egy lyuk. Mennyi a letörölt szám számjegyeinek összege? (3 pont)

E-4. Tudjuk, hogy n egy pozitív egész, melynek számjegyösszege 100. Ha $44n$ számjegyeinek az összege 800, mennyi $3n$ számjegyeinek az összege? (3 pont)

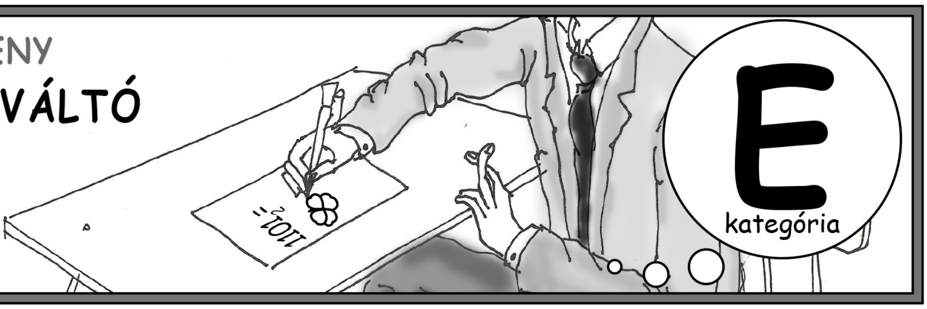
E-5. Egy hatszög minden szöge azonos nagyságú, és négy egymást követő oldala $7, 6, 3$, valamint 5 egység hosszú. Hány egység a hatszög két kimaradó oldalának hosszának összege? (4 pont)

E-6. A Pascal háromszög egy módosítását úgy kapjuk meg, hogy a legelső sorba egy 2-est és egy 3-ast írunk, a többi sorban pedig minden szám a felette lévő két szám összege (a sor elején és végén pedig 2 illetve 3 áll). Mennyi lesz a 13-adik sorban balról az ötödik helyen álló szám?

$$\begin{array}{ccccccc} & & 2 & & 3 & & \\ & 2 & & 5 & & 3 & \\ 2 & & 7 & & 8 & & 3 \\ & & & \cdots & & & \end{array}$$

(4 pont)

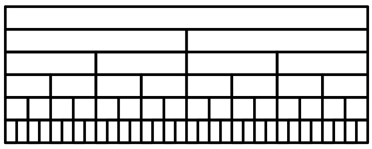
E-7. A Mikulás kitalálós játékot játszik Marvinnal, mielőtt odaadná neki az ajándékát, amit 100 ajtó egyike mögött rejtett el (az ajtók 1-től 100-ig vannak megszámozva). Marvin rákérdezhet egy ajtóra, és a Mikulás a következőképpen válaszol rá: ha a kérdezett ajtó mögött van az ajándék, azt mondja: *forró*, ha az ajándék ajtajának száma és a kérdezett ajtó száma legfeljebb 5-tel különbözik, azt mondja: *meleg*, ha pedig többel különbözik, akkor azt mondja: *hideg*. Legalább hány kérdés kell Marvinnak ahhoz, hogy biztosan tudhassa, melyik ajtó mögött van az ajándéka? (4 pont)



E-8. Felírjuk egy lapra az egész számokat 1-től 6-ig. Egy lépésben kiválasztunk két számot, a-t és b-t, úgy, hogy $4a - 2b$ nemnegatív, majd letöröljük a két számot és felírjuk helyettük $4a - 2b$-t. Ezt így folytatjuk addig, amíg csak egy szám marad a táblán. Mi a legkisebb pozitív szám, ami utolsóként fent maradhat a táblán? (4 pont)

E-9. Felírtuk egy lapra azon pozitív egész számokat, melyeknek minden valódi osztója 18-nál kisebb. Ha tudjuk, hogy a lapon szereplő, pontosan egy valódi osztóval rendelkező számok összege 666, akkor mennyi az összege a lapon szereplő, pontosan két valódi osztóval rendelkező számoknak?
Egy pozitív egész n számnak k szám akkor valódi osztója, ha $k \mid n$ és $1 < k < n$.
(5 pont)

E-10. Somának van egy 6 szintes, 63 téglából álló tornya, amely egyre szélesebb téglákból áll. Felülről a k-adik szinten 2^{k-1} darab tégla van ($k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$), és minden tégla, ami nem a legalsó szinten van, pontosan 2 darab, egy szinttel alatta lévő téglán helyezkedik el (lásd az ábrán). Soma egyesével elvesz 7 téglát a tornyából úgy, hogy csak olyan téglát vehet el, amin már nincs más tégla. Hányféleképpen teheti ezt meg, ha az elvétel sorrendje is számít? (5 pont)

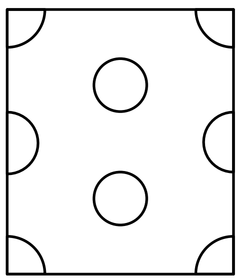


E-11. Az $ABCD$ konvex négyszögről tudjuk, hogy $|AB| = 8$, $|BC| = 29$, $|CD| = 24$, és $|DA| = 53$. Mekkora a négyszög területe, ha $ABC\sphericalangle + BCD\sphericalangle = 270°$? (5 pont)

E-12. Egy 2×5-ös táblázat első oszlopában lévő alsó mezőt kiszínezzük, majd utána egyesével a táblázat többi mezőjét is úgy, hogy csak színes mező (közös éllel rendelkező) szomszédját színezhetjük ki. Hányféle sorrendben színezhetjük ki a teljes táblázatot? (5 pont)

E-13. Az $ABC\triangle$-be egy négyzetet írunk úgy, hogy a négyzet egyik oldala az AC oldalra esik, és a másik két csúcs az AB és BC oldalakra esik. Ezenkívül tudjuk, hogy $AC = 5$, $BC = 4$, $AB = 3$. A négyzet a háromszögből három kisebb háromszöget vág le. Ha p és q relatív prímek, és $\frac{p}{q}$ az ezen kisebb háromszögek beírt köreinek sugarainak reciprokösszege, akkor mennyi $p + q$? (6 pont)

E-14. Az ábrán lévő 8 mezőbe szeretnénk beleírni két-két A, B, C, illetve D betűt úgy, hogy az azonos betűvel rendelkező mezőket össze lehessen kötni a téglalapon belül egy-egy folytonos vonallal, egymást nem metszve. Hányféle ilyen kitöltés létezik? (6 pont)



DÜRER VERSENY

MATEMATIKA VÁLTÓ

9-12. OSZTÁLYOSOK

DÖNTŐ:

2020. FEBRUÁR 8.

E kategória

E-15. Egy moziteremben 6 VIP szék van egymás mellett, 1-től 6-ig megszámozva. Blokknak nevezünk néhány egymás melletti szabad széket. Az online foglalás során egy hely lefoglalása két lépésből áll: az első lépésben ki kell választani, hogy melyik blokkban akarunk helyet foglalni, majd a második lépésben azt, hogy annak a blokknak az első, utolsó vagy középső székét foglaljuk le (páros sok székből álló blokk esetén a kisebb sorszámú középsőt). (Második lépésben a rendszer mindig felajánlja mind a három lehetőséget, még akkor is ha ezek nem jelentenek különböző székeket.) Benedek az egyik előadásra mind a 6 VIP helyet lefoglalta. Hányféleképpen tehette ezt meg Benedek, ha két esetet akkor nevezünk különbözőnek, ha van olyan lépés, amiben Benedek más opciót választott?
Például ha a 2-es és a 6-os VIP szék lenne lefoglalva, az első blokk az 1-es, a második blokk pedig a 3-as, 4-es és 5-ös székek lennének. Két foglalási sorrendet különbözőnek tekintünk, ha a sorszámok foglalási sorrendje nem azonos, vagy ha van olyan szék, amelyet a két foglalási sorrendben különböző elhelyezkedéssel (első/utolsó/középső székként a blokkban) foglaltak le. Tehát ha 2 VIP szék lenne, 9 lenne a válasz. (6 pont)

E-16. Dórának van 8 rúdja, melyek hosszai $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ és 8 cm. Dóra kiválaszt ezekből négyet, majd egy trapézt rak össze belőlük (mint oldalakból). Hányféle különböző trapézt kaphat?
Két trapéz különböző, ha nem egybevágó. (6 pont)

#	MO	A feladat szövege	P
E-1	18	Hányféleképpen fedhető le egy 3×3	3p
E-2	15	Milyen számot írhatunk	3p
E-3	27	Anna leírta a négyzetszámokat egytől egymillióig	3p
E-4	300	Tudjuk, hogy n egy pozitív egész, melynek	3p
E-5	9	Egy hatszög minden szöge azonos nagyságú,	4p
E-6	1650	A Pascal háromszög egy módosítását	4p
E-7	12	A Mikulás kitalálós játékot játszik	4p
E-8	6	Felírjuk egy lapra az egész számokat 1-től 6-ig.	4p
E-9	1384	Felírtuk egy lapra azon pozitív egész számokat,	5p
E-10	4976	Somának van egy 6 szintes, 63 téglából	5p
E-11	420	Az $ABCD$ konvex négyszögről tudjuk,	5p
E-12	1920	Egy 2×5-ös táblázat első	5p
E-13	42	Az $ABC\triangle$-be egy négyzetet	6p
E-14	1560	Az ábrán lévő 8 mezőbe szeretnénk	6p
E-15	4824	Egy moziteremben 6 VIP szék van	6p
E-16	145	Dórának van 8 rúdja, melyek hosszai	6p