



1. Albrecht állandó sebességgel vezet az autópályán kocsijával. Mivel nagyon hosszú az út, a kocsiban mellette ülő Marvin unalmában elhatározta, hogy meghatározza az autó sebességét. Noha kicsit figyelmetlen volt, azt megjegyezte, hogy délben az XY-os kilométerkő mellett haladtak el (itt X és Y számjegyek), míg 12 óra 42 perckor az YX-es, 13 órakor pedig az XOY-os kilométerkő mellett. Milyen következtetésre jutott Marvin, mekkora az autó sebessége?

2. Nagyi 18 cm × 36 cm-es téglalap alakú tortájának a szélén lévő csokimáz a legfinomabb része. Ezért három unokája úgy szeretne osztozkodni, hogy mindenkinek ugyanakkora (területű) torta jusson, de a széléből (kerületéből) is ugyanannyit kapjon mindenki.

a) Fel tudják-e így vágni a tortát 3 konvex darabra?

b) Nagyi következő tortájából már az egész család szeretne enni, ezért 6 egyenlő területű és ugyanannyi csokimázt tartalmazó (konvex) szeletre kell felvágniuk. Ezt meg tudják tenni?

c) Hamarosan az egész szomszédságban elterjedt nagyi tortájának híre. Fel tudják szeletelni a tortát a fenti szabályok szerint, ha 12 ember szeretne belőle enni?

3. Egy kortárs művészeti múzeum alaprajza (nem feltétlenül konvex) sokszög, a falai tömör falak. A múzeumot őrző őrnök két kedvenc helye van (A és B pont), ugyanis mindkét helyről be tudja látni a múzeum teljes területét. Igaz-e, hogy ekkor AB szakasz tetszőleges pontjából is belátható az egész múzeum?

4. Határozzuk meg az összes olyan  $a, b, c$  pozitív egészekből álló számhármast, amelyekre teljesül, hogy

a)  $[a, b] + [a, c] + [b, c] = [a, b, c]$ .

b)  $[a, b] + [a, c] + [b, c] = [a, b, c] + (a, b, c)$ .

Megjegyzés: Itt  $[x, y]$  jelöli az  $x$  és  $y$  pozitív egészek legkisebb közös többszörösét,  $(x, y)$  pedig a legnagyobb közös osztójukat.

5. Warmridge városában 21 bandita él, mindegyiküknek van néhány ellensége a többiek közül. Kezdetben mindenkinek van 240 golyója, és minden ellenfelével párbajozik. Minden bandita szétosztja a golyóit egyenletesen az ellenfelei között, azaz minden párbajra ugyanannyi golyót visz, és egy golyót csak egy párbajba visz. Amennyiben a töltényei száma nem osztható az ellenfelei számával, akkor minden párbajra annyit visz, amennyit csak tud, de mindig ugyanannyit, így néhány töltény a végén megmaradhat nála.

A városban korábban betiltották a lövöldözést, ezért egy párbaj során csak összehasonlítják, hogy kinek van több töltény a fegyverében, ezután a seriff elkobozza a győztesnél lévő golyókat, a vesztes pedig tiltakozásul a levegőbe lövi az ő összes töltényét. Legfeljebb hány töltény lehet a seriffnél a leszámolás végén?

*Az ellenségesség kölcsönös. Amennyiben ugyanannyi töltény van két párbajozó fegyverében, akkor a seriff attól kobozza el a golyókat, akinek szélesebb a kalapja.*

*Példa: ha egy banditának 13 ellensége van, akkor minden párbajra 18 golyót visz, és a végén marad nála 6 darab.*

*Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amin szerepeljen a csapat neve, kategóriája és a feladat száma. Minden helyes és megfelelően indokolt feladatmegoldás 12 pontot ér. Összesen 60 pont szerephető.*

*A feladatok megoldására és beküldésére 210 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk:*