



1. Sasszem, az indiánfőnök vásárra hajtotta 50 marháját. A vásárban cserekereskedelmet tud folytatni, mégpedig a következő módokon: 5 marháját el tudja cserélni 3 disznóra és 5 kecskére. Ha ad 1 marhát és 1 kecskét, akkor 2 disznót kap, illetve 3 disznóért és 3 kecskéért cserébe 2 marhához juthat.

a) Mivel Sasszem el szeretne kezdeni kecskét és disznót is tenyészteni a marha mellett, ezért úgy szeretne kereskedni, hogy mind a három állatból legalább 20-at vigyen haza. Megteheti ezt?

b) Mutassátok meg, hogy előfordulhat, hogy az indiánfőnök kevesebb mint 15 állattal távozik a vásárról.

2. Ludmilla leírt a füzetébe egy nyolcjegyű pozitív egész  $A$  számot, majd az egyik számjegyét törölve egy hétjegyű pozitív egész  $B$  számot kapott. Ekkor észrevette, hogy a két szám összege 20210521, amely pont a Dürer-döntő dátuma! Mi lehetett a Ludmilla által először leírt szám?

3. Az  $ABC$  egyenlőszárú háromszögben, ahol  $AC = BC$ , legyen  $X$  egy tetszőleges pont az  $AB$  szakaszon. A  $BC$ -vel párhuzamos  $X$ -en áthaladó egyenes messe  $AC$ -t  $N$ -ben, az  $AC$ -vel párhuzamos  $X$ -en áthaladó egyenes pedig messe  $BC$ -t  $M$ -ben. Legyen az  $N$  középpontú,  $NA$  sugarú, valamint az  $M$  középpontú  $MB$  sugarú körök  $X$ -től különböző metszéspontja  $T$ . Igazoljátok, hogy az  $NCM \sphericalangle$  és  $NTM \sphericalangle$  szögek megegyeznek.

4. Hétfőn lesz Nagymama 80. születésnapja, és az egész család felköszönti őt. Erre az alkalomra Nagymama 3 liter almalevet vett, amit az unokái között szeretne egyenlően elosztani, azonban azt nem tudja pontosan, hogy mind a kilenc unokája el fog-e tudni jönni, vagy csak nyolcan lesznek. A szekrényben viszont talál 16 darab poharat, így arra gondol, hogy még a család érkezése előtt kitölti az összes almalevet a 16 pohárba úgy, hogy 8 és 9 unoka részvétele esetén is mindenki ugyanannyi almalevet kapjon, és az összes almalevet megigya az unokák.

a) Melyik pohárba mennyi almalevet töltsön, ha egy pohárból higiéniai okok miatt legfeljebb egy gyerek ihat, viszont egy gyerek akár több pohárból is ihat?

b) Sajnos mielőtt elkezdte volna kitölteni az almalevet, Nagymama az egyik poharat elejtette, így az a padlóra esett és széttört. Meg tudja-e oldani a fenti problémát így, hogy csak 15 pohár áll a rendelkezésére?

5. Csongor nagyon unatkozott matekórán, unalmában egy papírra kezdett firkálni. Először leírt egy természetes számot, majd pedig innen növekvő sorban elkezdte írogatni az egész számokat. Már 38 leírt számnál járt, amikor észrevette, hogy egyik számra sem igaz, hogy a számjegyeinek összege osztható 11-gyel.

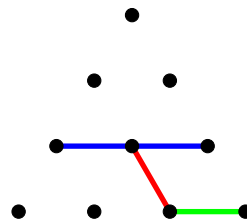
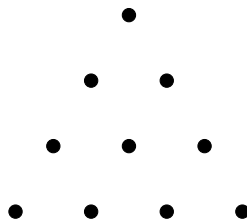
a) Mutassatok egy számot, amelyet Csongor először leírhatott a papírra.

b) Bizonyítsátok be, hogy akárhonnan kezdi is az írogatást, 39 számot már nem fog tudni így leírni.



**6. Játék:** Egy indiánrezervátumban 10 totemoszlopot állítottak fel a bal oldali ábrán látható háromszögrács szerint. Csendes Patak és Vörös Tűz a következő játékot szokták itt játszani: felváltva feszítenek ki köteleket két-két oszlop között, és minden kötél kifeszítésénél figyelnek arra, hogy a kifeszített kötél párhuzamos legyen a nagy háromszög egyik oldalával, illetve a kötél nem haladhat el olyan oszlop mellett, amelyet már egy másik kötél érint. Ezenkívül ha a jelenleg kifeszített kötél helyett annak egy egyenes vonalú meghosszabbítása is kifeszíthető a fenti feltételek mellett, akkor azt kell kifeszíteniük. Az veszít, amelyikőjük már nem tud a szabályoknak megfelelően több kötelet kifeszíteni.

*Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el, hogy a kezdő vagy a második játékos bőrébe szeretnétek bújni. A jobb oldali ábrán egy lehetséges játék első három lépése látható. Először Csendes Patak kifeszíti a kék kötelet, majd Vörös Tűz a pirosat, aztán Csendes Patak a zöldet.*



*Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amelyen szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat sorszáma. Mindegyik feladat olvasható és megfelelően indokolt megoldása 12 pontot ér. Feladatonként legfeljebb 4 extra pont is szerezhető lényegesen különböző második megoldással vagy általánosítással. A feladatok megoldására és **beküldésére** 210 perc áll rendelkezésetekre. A játékra való igényeitek legkésőbb a verseny 180-adik percéig jelezzétek! Jó versenyzést kívánunk:*