



**D-1.** Hány olyan egész szám van 11 és 2021 között, melynek minden számjegye legalább 3-mal nagyobb, mint az előző? (3 pont)

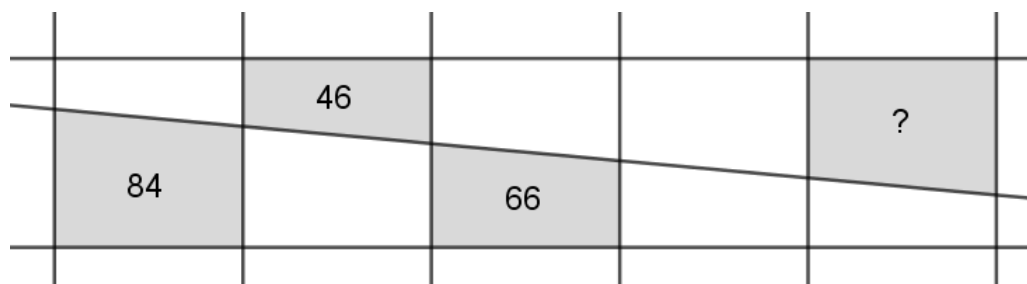
**D-2.** Kartal, Bálint és Timi számjegykártyákkal játszanak. Az asztalon lévő három kártyán egy-egy számjegy található, a három számjegy összege 17. Először Kartal kirakott a három kártyából egy háromjegyű számot. Majd Bálint átrendezte a három kártyát úgy, hogy egy másik számot kapjon. Végül Timi is átrendezte a kártyákat, egy harmadik számot kapva. Ezek után észrevették, hogy nem volt olyan számjegykártya, ami hármójuk közül legalább kettőnek a számában ugyanazon a helyiértéken szerepelt volna. Legfeljebb mennyi lehet a hármójuk által kirakott háromjegyű számok összege? (3 pont)

**D-3.** Hány olyan  $n$  egész szám van 1 és 2021 között, melyre  $2^n + 2^{n+3}$  négyzetszám? (3 pont)

**D-4.** Egy este néhány gyerek a *mocsár* nevű kártyajátékot szeretné játszani 2 pakli francia-kártyával (egy pakli 52 lap). A játék kezdetén az osztó az összes kártyát szétosztja a játékosok között a lehető legegyenlőbben (vagyis bármely két játékos lapjainak száma legfeljebb eggyel tér el egymástól). Így éppen 5 gyereknek jut eggyel több kártya, mint a többieknek. Tíz órakor 3 gyerek elment aludni, a többiek játszottak tovább. Ezután már mindenkinek ugyanannyi lap jutott egy osztás során. Hányan játszottak eredetileg? (3 pont)

**D-5.** A "Jótündér ATM" úgy működik, hogy jelenlegi pénzünket megszorozza  $a$ -val, és még hozzáad  $b$  forintot. Sajnos - mint a legtöbb jótündér esetében - csak háromszor lehet szolgáltatását igénybe venni. Tudjuk, hogy ha háromszor használjuk az automatát, akkor a végén 21 forinttal többünk lesz, mint az eredeti pénzünk nyolcszorosa, bármennyi pénzünk is volt eredetileg. Ha Daninak most 2021 forintja van, és csak egyszer használja az ATM-et, akkor mennyi pénze lesz? (4 pont)

**D-6.** Az alábbi ábrán egy négyzetrácsba belemetsző egyenest láthatunk. Néhány keletkező négyzög területét az ábrába beírtuk. Mekkora a kérdőjellel jelölt rész területe?



(4 pont)



kategória

9-12.  
osztályosok

**D-7.** Adott egy  $ABC$  derékszögű háromszög, amelyben  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ .  $D$  az  $AB$  szakasz egy belső pontja, és  $E$  az  $AC$  szakasz egy belső pontja. Ismert, hogy  $\sphericalangle ADE = 90^\circ$ , és hogy az  $AD$  szakasz hossza 8 egység, a  $DE$  szakasz hossza 15 egység, a  $CE$  szakasz hossza pedig 3 egység. Hány négyzetegység az  $ABC$  háromszög területe? (4 pont)

**D-8.** A  $8 \times 8$ -as sakktábla bal alsó mezőjén áll egy bástya. Szeretnénk eljuttatni a jobb felső sarokmezőbe. Ehhez a bástyával pontosan 9 lépést kell tennünk úgy, hogy minden lépésben 3 vagy 4 mezővel toljuk odébb. Hányféle ilyen eljutás létezik?  
*A bástya minden lépésben vízszintesen vagy függőlegesen mozog.* (4 pont)

**D-9.** Egy pozitív egész számot *abszolút relatívnak* nevezünk, ha nincs benne nullás számjegy, és igaz rá, hogy bármely két számjegye relatív prím egymáshoz. Hány háromjegyű abszolút relatív szám van?  
*Két pozitív egész szám relatív prím egymáshoz, ha a legnagyobb közös osztójuk 1.* (5 pont)

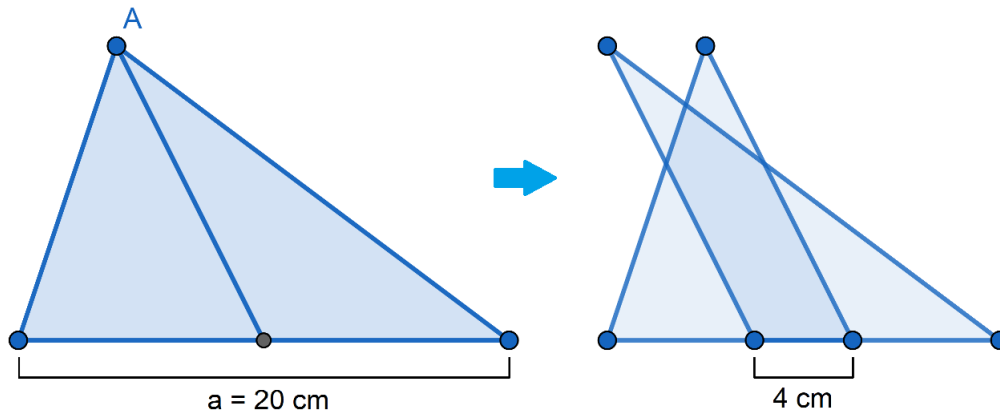
**D-10.** Dédi dédunokái kilencen vannak. Dédit meglátogatja a nagycsalád egy része, így ő rengeteg (*tényleg* rengeteg) pogácsát sütött, hogy az érkező dédunokáit egyenlő arányban megkínálhassa velük. Dédi megállapította, hogy az elkészült pogácsák száma nem osztható  $k$ -val, így ha  $k$  dédunokája jön látogatóba, köztük nem tudná igazságosan szétosztani az elkészült egész pogácsákat. Ezzel a lendülettel dédi meg is evett  $k$  darab pogácsát. Ami viszont jó hír, hogy ha nem  $k$ , hanem bármely más számú dédunokája is látogatná meg, a megmaradt pogácsákat köztük már egyenlően el tudná osztani.

Melyek azok a  $2 \leq k \leq 9$  egész számok, melyekre dédi süthetett annyi pogácsát eredetileg, hogy a fentiek teljesülhessenek? Válaszként a megfelelő  $k$  értékek összegét adjátok meg! (5 pont)



**D-11.** Adott egy háromszög, melynek  $a$  oldala 20 cm hosszú, területe pedig  $125 \text{ cm}^2$ . Berajzoljuk az  $a$  oldalhoz tartozó súlyvonalat, e mentén kettévágjuk a háromszöget, majd egymás felé toljuk a keletkezett két darabot úgy, hogy közben az  $a$  oldalból keletkezett két szakasz végig az eredeti oldalegyenesen marad. Addig toljuk egymás felé a darabokat, amíg először el nem érjük azt, hogy a két szakasz közös része 4 cm hosszú legyen. Hány  $\text{cm}^2$  az így keletkezett alakzatnak a területe?

*A keletkezett alakzat a két darab uniója, ami egy hétszög.*



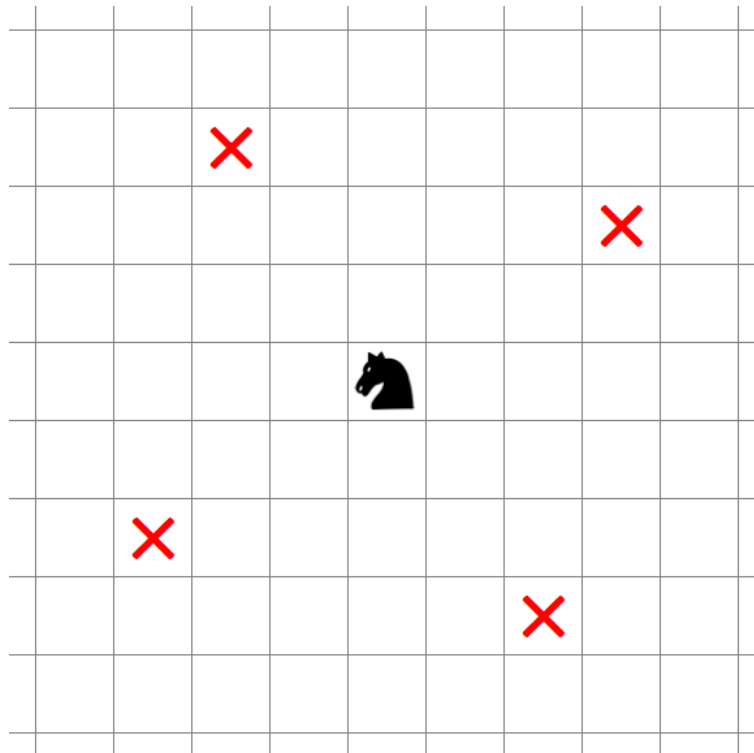
(5 pont)



**D-12.** Billy szabadon engedte a ménesét. A lovak ennek örömeire egy négyzetrácsos rét rácsnégyzetein ugrálnak, amely rét minden irányban végtelen. Mindegyik ló az alábbi típusú ugrásokra képes: vízszintesen vagy függőlegesen valamelyik irányban hármát lép, majd balra fordul, és továbblép kettőt. Természetesen ugrás közben a ló nem ér le a földre.

A lovak éppen olyan mezőkön állnak, hogy semelyik kettő nem tud ugyanazon a mezőn találkozni ilyen ugrásokkal. Hány ló van Billynek, ha a számuk a lehető legnagyobb?

*Az alábbi ábrán piros X-ek szemléltetik, hogy egy ugrás után egy ló mely mezőkön tud földet érni. Figyeljete rá, hogy csak az ábrán látható négyféle ugrás lehetséges, nem pedig nyolcféle, mint a sakkban.*



(5 pont)



kategória

9-12.  
osztályosok

**D-13.** Rui japán üzletember Amerikában, aki szarvasmarha-kereskedelemmel foglalkozik. A fekete csütörtöki napon még 2000 dollárért adta el egy-egy tehenét (a tehenei ára egységes). A válság kitörésével azonban hatalmas méretű ingadozások léptek fel a keresletben, amihez Rui is kénytelen volt igazodni. Minden nap kétszerezte, felezte, ötszörözte vagy ötödelte a tehenek előző napi árát (még centekben is hajlandó volt visszaadni a kuncsaftjainak). Tette mindezt úgy, hogy betartotta a híres japán babonát is, így a dollárokból vett ár egésze soha nem kezdődött 4-es számjeggyel.

Azon a napon, amikor Billy felkereste, hogy vásároljon tőle, egy-egy tehén ára 80 dollár volt. Legkevesebb hány nappal jártunk ekkor fekete csütörtök után? (6 pont)

**D-14.** Két háromfős Dürer csapat villamossal utazik a versenyre. Találtak két szemközti, öt-öt ülésből álló szabad ülésort, ahova szeretnének leülni (mindenki egy ülésen foglal helyet). Hányféleképpen foglalhatták el a helyeiket, ha a különböző csapatok versenyzői nem ültek szomszédos ülésekre? Válaszként a lehetőségek számának **tizedrészét** adjátok meg!

*Két ülésrendet pontosan akkor tekintünk különbözőnek, ha van olyan versenyző, aki a két ülésrendben különböző helyre ült le. Csak az azonos ülésorba tartozó, egymás melletti üléseket tekintjük szomszédosnak.* (6 pont)

**D-15.** Egy digitális óra az alábbi módon, vonalakkal jelzi ki a számjegyeket:



Az óra mindig négy számjeggyel mutatja az aktuális időt (00:00-tól 23:59-ig). Például 09:45-kor ez látható a kijelzőjén:



Hány olyan percváltás van egy nap során - az éjféltre váltást is beleértve -, amikor ezen az órán legalább 8 vonalka állapotot vált (azaz bekapcsoltról kikapcsoltra változik, vagy fordítva)?

(6 pont)



**D-16.** Benedek a következő 300 állítást írja le egy lapra:

$$\begin{array}{ccccccc}
 2 & | & 1! & & & & \\
 3 & | & 1! & 3 & | & 2! & \\
 4 & | & 1! & 4 & | & 2! & 4 & | & 3! \\
 5 & | & 1! & 5 & | & 2! & 5 & | & 3! & 5 & | & 4! \\
 & & \vdots & & & & & & & & & \\
 24 & | & 1! & 24 & | & 2! & 24 & | & 3! & 24 & | & 4! & \dots & 24 & | & 23! \\
 25 & | & 1! & 25 & | & 2! & 25 & | & 3! & 25 & | & 4! & \dots & 25 & | & 23! & 25 & | & 24!
 \end{array}$$

Hány igaz állítást írt le Benedek?

*Az  $|$  jel az oszthatóságot jelenti, például  $6 | 4!$  jelentése: a 6 osztója a  $4!$  számnak.* (6 pont)

#	MO	A feladat szövege	P
D-1	31	Hány olyan egész szám van 11 és 2021 között,	3p
D-2	1887	Kartal, Bálint és Timi számjegykártyákkal játszanak.	3p
D-3	1010	Hány olyan $n$ egész szám van 1 és 2021 között,	3p
D-4	11	Egy este néhány gyerek a <i>mocsár</i> nevű kártyajátékot szeretné játszani	3p
D-5	4045	A "Jótündér ATM" úgy működik, hogy jelenlegi pénzünket	4p
D-6	73	Az alábbi ábrán egy négyzetrácsba belemetsző egyenest láthatunk.	4p
D-7	375	Adott egy $ABC$ derékszögű háromszög, amelyben $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ .	4p
D-8	288	A $8 \times 8$ -as sakktábla bal alsó mezőjén áll egy bástya.	4p
D-9	247	Egy pozitív egész számot <i>abszolút relatív</i> nek nevezünk, ha	5p
D-10	29	Dédi dédunokái kilencen vannak. Dédit meglátogatja a nagycsalád	5p
D-11	90	Adott egy háromszög, melynek $a$ oldala 20 cm hosszú,	5p
D-12	13	Billy szabadon engedte a ménését. A lovak ennek öröme	5p
D-13	12	Rui japán üzletember Amerikában, aki szarvasmarha-kereskedelemmel	6p
D-14	1764	Két háromfős Dürer csapat villamossal utazik a versenyre.	6p
D-15	17	Egy digitális óra az alábbi módon, vonalakkal jelzi ki a számjegyeket:	6p
D-16	137	Benedek a következő 300 állítást írja le egy lapra:	6p