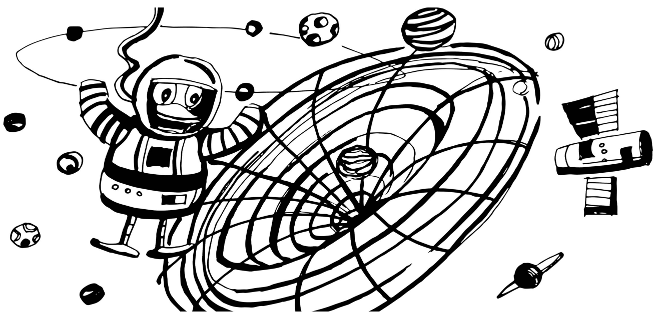
XV. DÜRER VERSENY

Helyi forduló: 2021. november 12.

FIZIKA

MEGOLDÁSOK



F+

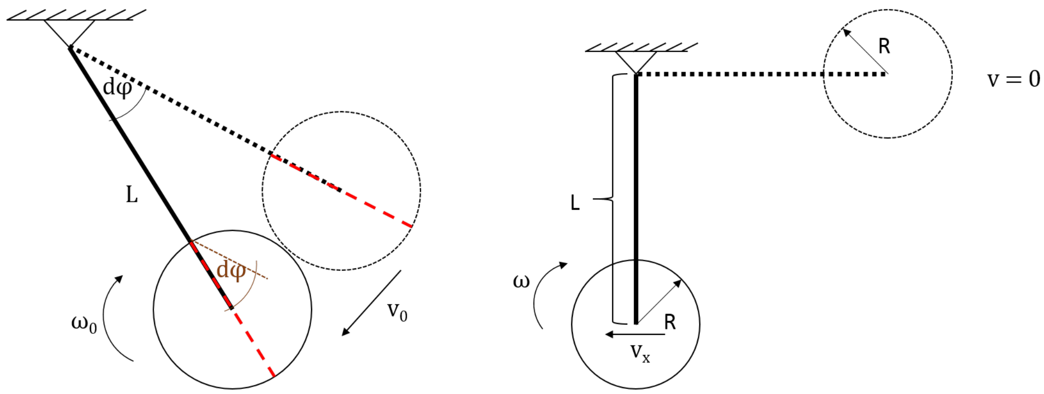
KATEGÓRIA

10-12. osztályosok

1. Feladat

(a)

I. Az együtt mozgás vizsgálata



Kicsiny *dt* időtartam vizsgálata

A kezdő és végállapot paraméterei

1. ábra. Mozgás vizsgálata az elválás pillanatáig.

1.) Mivel a korong a rúdhoz képest nem tud elfordulni. ⇒ A külső inerciarendszerből nézve a korongnak lesz szögsebessége.
Keressük meg ezen szögsebesség és a korong tömegközéppontjának sebessége közötti kapcsolatot!
Ehhez vegyünk egy kicsiny dt időtartamot, mely alatt a TK sebessége és a korong szögsebessége állandónak tekinthető, legyenek ezek rendre: ω_0 , v_0.
Ekkor vizsgáljuk a korong egy adott átmérőjének elfordulását és a TK által befutott utat!
Mivel $dt \to 0$, felírható a következő kényszerfeltétel, mely az együtt mozgás során minden időpillanatra teljesül:

$$d\varphi = \omega_0 dt = \frac{v_0 dt}{L} ,$$

azaz

$$\omega_0 = \frac{v_0}{L} .$$

2.) Felírva a mechanikai energiamegmaradás törvényét:

$$\sum E_{mech} = konst.$$

$$mgL = \frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} \Theta \omega^2 .$$

A kényszerfeltételt felhasználva, Θ-t részletezve és rendezve az egyenletet:

$$v_x = \sqrt{\frac{4gL^3}{2L^2 + R^2}} ,$$

azaz

$$\boxed{v_x = 4,4\frac{m}{s}}\ .$$

Ezek alapján a szögsebesség:

$$\omega = \sqrt{\frac{4gL}{2L^2 + R^2}}\ .$$

Behelyettesítve:

$$\boxed{\omega = 4,4\frac{1}{s}}\ .$$

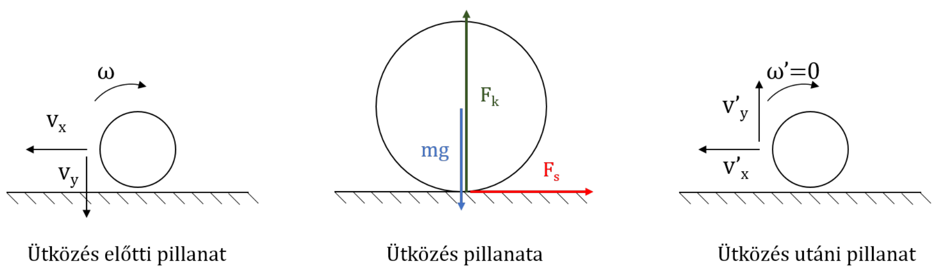
(b)

I. Az "esés" vizsgálata

Az elválást követően a korong tömegközéppontjának mozgása egy v_x kezdősebességű vízszintes hajításként írható le.
Ez alapján az y irányt figyelve:

$$h = \frac{v_y^2}{2g}\ .$$

II. Az ütközés leírása



2. ábra. Az ütközés vizsgálata.

1.) Írjuk fel a lendülettételt a TK-ra!
x irányba:

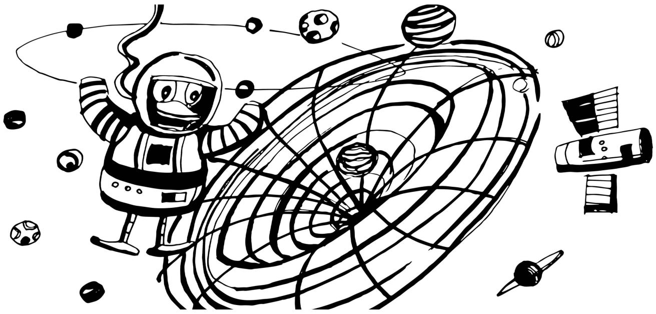
$$F_s = m\frac{-v_x' + v_x}{\Delta t}\ . \tag{1}$$

y irányba:
Mivel az ütközés rugalmas $\Rightarrow v_y = -v_y'$, azaz

$$F_k - mg = m\frac{2v_y}{\Delta t}\ . \tag{2}$$

2.) Írjuk fel a perdülettételt a korongra:

$$F_sR = \Theta\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \Theta\frac{\omega}{\Delta t}\ . \tag{3}$$



3.) Mivel csúszási súrlódás lép fel:

$$F_s = \mu F_k \ . \tag{4}$$

Összefoglalva: (2),(3),(4) $\Rightarrow$

$$\mu m(g + \frac{2v_y}{\Delta t})R = \frac{1}{2} m R^2 \frac{\omega}{\Delta t} \ ,$$

$$\mu g \Delta t + \mu 2 v_y = \frac{1}{2} R\omega \ .$$

Mivel $\Delta t \to 0$, ekkor $\mu g \Delta t \approx 0$.

Ez alapján:

$$v_y = \frac{\omega R}{4\mu} \ ,$$

ω-t beírva:

$$v_y = \sqrt{\frac{gL}{4\mu^2(2\frac{L^2}{R^2}+1)}} \ .$$

Tehát az elválási magasság:

$$h = \frac{L}{8\mu^2(2\frac{L^2}{R^2}+1)} \ .$$

Behelyettesítve:

$$\boxed{h \approx 37,9 \text{ cm}} \ .$$

2. Feladat

(a)

A becsapódási sebességek arányát egyszerűen, számítás nélkül is megadhatjuk, ehhez gondoljuk végig, hogy pontosan mi is történik az egyes kísérletekben!

Az első kísérlet során a keret nem csúszik meg, tehát az eldőlés folyamata lényegében egy merev test AB tengely körüli 90°-os elfordulásaként írható le. Ez alapján becsapódáskor a C pont sebességvektora függőleges irányú kell legyen, nagyságát a mechanikai energia megmaradásának törvényéből határozhatjuk meg.

A második esetben a felületet súrlódásmentesnek tekintjük, a keret mozgását forogva haladásként értelmezhetjük. Azonban a keretre csak függőleges irányú külső erők hatnak, így vízszintes irányban érvényes a lendületmegmaradás törvénye. Mivel kezdetben a rendszernek nem volt vízszintes irányú lendülete, a becsapódás pillanatában sem lehet (és mivel a keret nem is szakadhat szét), a test egyetlen pontjának sem lesz vízszintes irányú sebességkomponense ekkor. Tehát azt kaptuk, hogy a két kísérlet végállapota is megegyezik a kiinduló helyzeten túl, azaz a mechanikai energiamegmaradás törvényét felírva (hiszen ez a 2. kísérlet során is érvényes) az az eredmény adódik, hogy a C pont becsapódási sebessége megegyezik a két esetben:

$$\boxed{\frac{v_{C1}}{v_{C2}} = 1} \ .$$

Megjegyzés: Az (a) rész számolással is megoldható, a mechanikai energiamegmaradás törvényét és a Steiner-tételt használva.

Az első kísérleben a kezdeti potenciális energiából forgási energia lesz:

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\,\theta_{AB}\,\omega_1^2\,, \tag{5}$$

ahol θ_{AB} a keret AB oldalára vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka, és ω_1 a keret szögsebessége a becsapódás pillanatában.

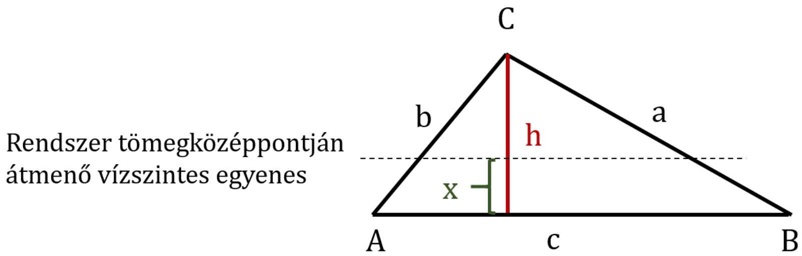
A második kísérletben a potenciális energiából forgási energia és tömegközéppont haladó mozgása révén mozgási energia is lesz:

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\,\theta_{TK}\,\omega_2^2 + \frac{1}{2} m v_{TK}^2\,. \tag{6}$$

θ_{TK} a keret tehetetlenségi nyomatéka a tömegközéppontra vonatkozatva, ez Steiner-tétel alapján:

$$\theta_{TK} = \theta_{AB} - mx^2\,, \tag{7}$$

ahol m a keret tömege és x a rendszer tömegközéppontjának távolsága a c oldaltól (ld. 3. ábra).



3. ábra. x távolság értelmezése.

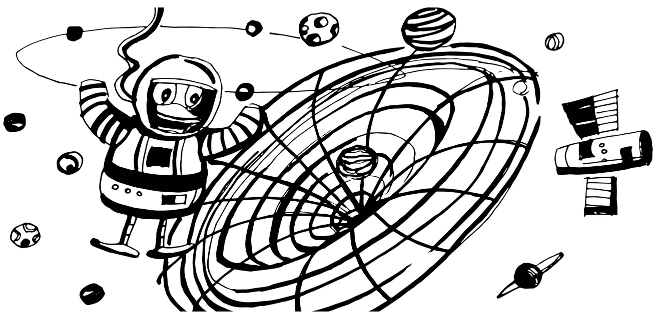
A tömegközéppont sebességét kifejezve x-el és a becsapódás pillanatában levő ω_2 szögsebességgel:

$$v_{TK} = x\omega_2\,. \tag{8}$$

A (7), (8) egyenleteket beírva (6)-be adódik, hogy a második kísérletben:

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\,\theta_{AB}\,\omega_2^2\,. \tag{9}$$

(9) és (5) összevetéséből látható, hogy $\omega_1 = \omega_2$. Mivel a C pont sebességét mindkét kísérlet esetén $v_C = h\omega$ képlettel számolhatjuk (h a háromszög c oldalhoz tartozó magassága), és a két szögsebesség egyenlő, ezért $v_{C1} = v_{C2}$ adódik, mely az előző erdménnyel megegyezik.



(b)

I. Az (a) feladatrész eredményét felhasználva elegendő az egyik esetben kiszámolni a kérdezett sebességet.
Legyen ez az egyszerűbben felírható 1. kísérlet esete, melynek során az elegendően nagy tapadás biztosított!

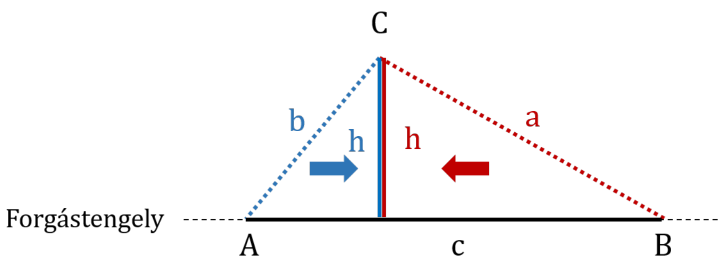
II. Írjuk fel a mechanikai energiamegmaradás törvényét, rudanként kezelve a testet!

$$\sum E_{mech} = konst.$$

1.) Jelölje az egyes rudak tömegét rendre m_a, m_b és m_c, ekkor:

$$(m_a + m_b)g\frac{h}{2} = \frac{1}{2}(\theta_a + \theta_b)\ \omega^2\ .$$

2.) θ_a illetve θ_b értékét a lapítási tétel felhasználásával kaphatjuk meg. E szerint egy test adott tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka nem változik meg, ha a testet a vizsgált tengellyel párhuzamosan összenyomjuk, vagy megnyújtjuk.



4. ábra. A lapítási tétel alkalmazása.

Ez alapján az a illetve b hosszúságú rudakat is összenyomhatjuk egy-egy h hosszúságú, m_a illetve m_b tömegű vékony rúddá (ld. 4. ábra), melyeknek már ismerjük a tehetetlenségi nyomatékát (vége körül forgó vékony rúd):

$$\theta_a = \frac{1}{3}m_a h^2, \quad \theta_b = \frac{1}{3}m_b h^2\ .$$

3.) Ezeket visszahelyettesítve az energiamegmaradásba:

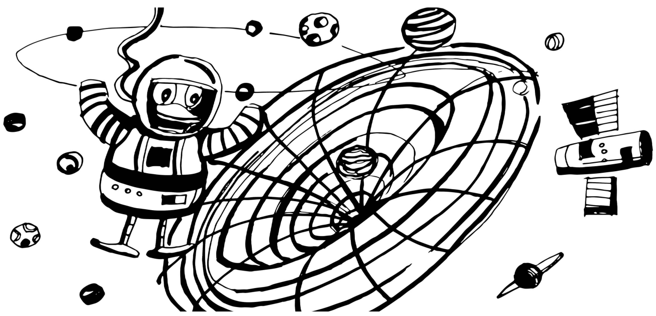
$$(m_a + m_b)g\frac{h}{2} = \frac{1}{6}(m_a + m_b)h^2\ \omega^2\ .$$

Innen a C pont $v_C = \omega h$ sebessége $v_c = \sqrt{3gh}$. A háromszög területe alapján h kifejezhető az a, b, c paraméterekkel, így:

$$v_c = \sqrt{3g\frac{ab}{c}}\ .$$

Behelyettesítve:

$$\boxed{v_c = 2,7\ \frac{m}{s}}\ .$$



Megjegyzés: Természetesen a 2. kísérlet alapján is meghatározhatjuk a becsapódási sebességet, ugyanazt a végeredményt kell kapjuk. Oldjuk meg ellenőrzésképpen így is a példát!

1.) Írjuk fel ismét a mechanikai energiamegmaradás törvényét, a keret az elengedést követően forogva haladó mozgást végez:

$$\sum E_{mech} = konst.$$

$$m_a g \frac{h}{2} + m_b g \frac{h}{2} = \frac{1}{2}\,(m_a + m_b + m_c)\; v_{TK}^2 + \frac{1}{2}\;\theta_{TK}\;\omega^2\;.$$

2.) θ_{TK} felírásakor használjuk fel ismét a lapítási tételt, ezen felül alkalmazzuk a Steiner-tételt, valamint, hogy a tehetetlenségi nyomatékok összegződnek:

$$\theta_{TK} = m_c x^2 + \frac{1}{12}\,(m_a + m_b)\;h^2 + (m_a + m_b)(\frac{h}{2} - x)^2\;,$$

ahol x a rendszer tömegközéppontjának távolsága a c oldaltól (ld. 3. ábra).

3.) x értékét a tömegekkel, valamint h-val kifejezve:

$$x = \frac{m_a + m_b}{m_a + m_b + m_c}\;\frac{h}{2}\;.$$

Ezeket beírva az energiamegmaradásba:

$$\frac{\omega^2}{2}\left((\frac{m_a + m_b}{m_a + m_b + m_c})^2\;\frac{m_c h^2}{4} + \frac{1}{12}\,(m_a + m_b)\;h^2 + (m_a + m_b)(\frac{h}{2} - \frac{m_a + m_b}{m_a + m_b + m_c}\;\frac{h}{2})^2\right) +$$

$$+\;\frac{m_a + m_b + m_c}{2}\;v_{TK}^2 = (m_a + m_b) g \frac{h}{2}\;.$$

4.) Használjuk fel azt a kényszerfeltételt, hogy a becsapódás pillanatában a c oldal függőleges sebessége zérus, ebből:

$$v_{TK} = \omega x\;.$$

Ezt beírva a fenti egyenletbe már csak ω az ismeretlen, a tömegek kiesnek:

$$\frac{3g}{h} = \omega^2\;\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\;\frac{m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 + 2m_a m_b + 2m_a m_c + 2m_b m_c}{(m_a + m_b + m_c)^2}\right) = \omega^2\;,$$

azaz a szögsebesség:

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{h}}\;.$$

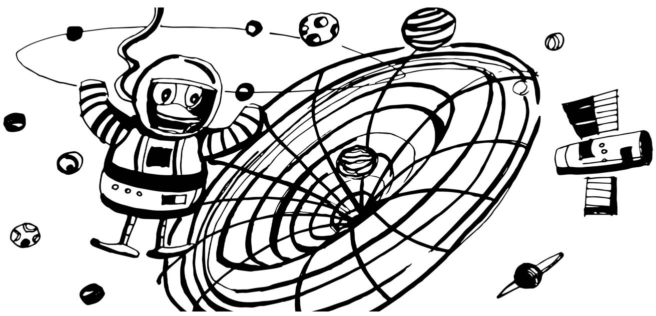
5.) A C pont becsapódási sebessége:

$$v_C = v_{TK} + \omega(h - x) = \omega x + \omega(h - x) = \omega h = \sqrt{3gh}\;,$$

a megadott paraméterekkel:

$$\boxed{v_C = \sqrt{3g\frac{ab}{c}}}\;.$$

Ez pedig a korábban kapott eredménnyel valóban megegyezik.



3. Feladat

1. megoldás

(a)

$l < s$ esetben írjuk fel az erőt az x kitérés függvényében!
Egy rugó megnyúlása $\Delta l = \sqrt{s^2 + x^2} - l$, a benne ébredő erő $D\Delta l$, így a két rúgó x irányú eredő ereje:

$$F(x) = 2\,\frac{x}{\sqrt{s^2+x^2}}\,D(\sqrt{s^2+x^2} - l) = 2xD\left[1 - \frac{l}{s}\frac{1}{\sqrt{1+(x/s)^2}}\right] .$$

Felhasználva, hogy $x \ll s$:

$$F(x) \approx 2D\left[1 - \frac{l}{s}\right] x = D_a\, x\ .$$

Kis kitérés esetén tehát $F(x)$ lineárisan függ x-től, azaz a test harmonikus rezgőmozgást végez. Így T_a rezgésidő független az amplitúdótól:

$$T_a = \frac{2\pi}{\omega_a} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D_a}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2D(1-\frac{l}{s})}} = \frac{2\pi}{\omega_0}\frac{1}{\sqrt{2(1-\frac{l}{s})}}\ ,$$

ahol $\omega_0^2 = D/m$.

(b)

$l = s$ esetben használjuk az energiamegmaradás törvényét:

$$\frac{1}{2}mv^2 + E(x) = E(A)\ ,$$

ahol A az amplitúdó, $E(x)$ pedig a rugalmas energia, mely a következőképpen írható:

$$E(x) = 2\,\frac{D}{2}\left[\sqrt{l^2+x^2} - l\right]^2 = Dl^2\left[\sqrt{1+(x/l)^2} - 1\right]^2 \approx Dl^2\left[1 + \frac{1}{2}(x/l)^2 - 1\right]^2 = \frac{Dx^4}{4l^2}.$$

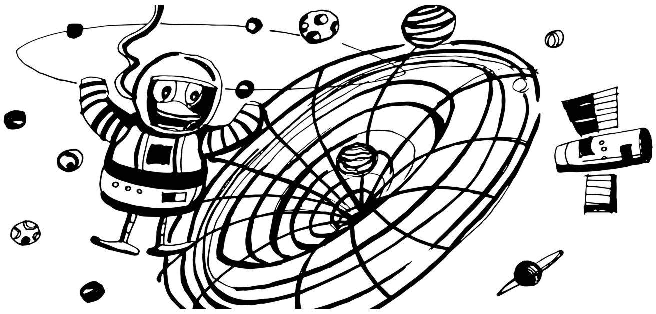
A sebesség x függvényében:

$$v(x) = \sqrt{2\,\frac{E(A) - E(x)}{m}} = \frac{\omega_0 A^2}{\sqrt{2}\,l}\sqrt{1-(x/A)^4}\ .$$

A rezgés során x és $x + \Delta x$ közötti szakaszt $\Delta t = \Delta x / v(x)$ idő alatt teszi meg a test. Egy teljes rezgés ideje

$$T_b = 4\cdot\frac{\sqrt{2}\,l}{\omega_0 A^2}\sum_{\Delta x}\frac{\Delta x}{\sqrt{1-(x/A)^4}}\ .$$

Itt a szumma 0-tól A-ig megy és értéke $const \cdot A$. Az állandót integrálszámítással lehet meghatározni. Tehát az $l = s$ esetben T_b fordítottan arányos A-val.



2. megoldás

A példát dimenzióanalízissel is meg lehet oldani, mivel a feladat nem kérdezi a periódusidő pontos értékét csak azt, hogy milyen módon arányos az amplitúdóval. Ekkor vegyük alapul a már kiszámított potenciális energia kifejezésünket:

$$E(x) = \frac{Dx^4}{4l^2} \, .$$

Egy másik, a rendszerre jellemző energia mennyiség a mozgási energia:

$$\frac{1}{2}mv^2 \, .$$

Ezen kifejezések dimenziója azonos, ezt felhasználva x helyére helyettesítsünk be egy, a rendszerre jellemző távolság dimenziójú mennyiséget, mely kapcsolatban áll x-el, erre az $x = A$ választás megfelelő (de $2A$ vagy πA is megfelelő lenne). Továbbá v helyére is hasonlóan megválasztott sebesség értéket helyettesítve $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{A}{T}$, ez egy, a rezgésre jellemző sebesség érték, ami az amplitúdó (A) és a periódusidő (T) hányadosa. Ezt követően tegyük "egyenlővé" a két kifejezésünket. Ahhoz, hogy az egyenlőség igaz legyen megfelelően kellene megválasztanunk a paramétereket, melyet előre nem tudhatunk, de az biztos, hogy a két energia egymással arányos. Tehát:

$$\frac{DA^4}{4l^2} \sim \frac{1}{2}m\frac{A^2}{T^2} \, .$$

Kifejezve T-t:

$$T^2 \sim \frac{2ml^2}{DA^2} \, .$$

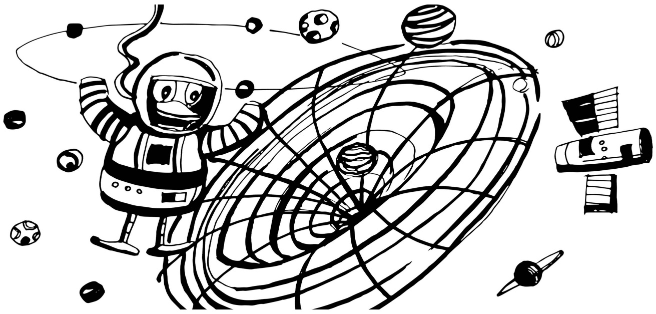
Tehát:

$$T \sim \frac{1}{A} \, .$$

A fenti érvelést kicsit precízebbé tehetjük hasonlósági megfontolásokkal. Végezzünk el a térszerű koordinátákon egy α-szoros nagyítást az időszerű koordinátán pedig egy β-szoros nagyítást. Ekkor a potenciális energia a mi esetünkben α^4 -szeresére nőtt, de most ne érjük be enniyvel, legyen a potenciálunk $E(x) = kx^n$, sőt legyen $E(\vec{r}) = k\,|\vec{r}|^n$. Ezen potenciálokban van egy fontos közös tulajdonság méghozzá az, hogy amikor $x \to \alpha x$ transzformációt végre hajtjuk a potenciál értéke α^n -szeresére nő, miközben a mozgási energia $\frac{\alpha^2}{\beta^2}$ -szeresére változik. Abban a speciális esetben amikor $\frac{\alpha^2}{\beta^2} = \alpha^n$ teljesül, a mozgásegyenletek változatlanok maradnak. Tehát az eredeti problémához tartozó megoldásokhoz geometriailag hasonló pályákat kapunk.

Ezek alapján pedig már egyszerűen meg tudjuk határozni egy adott pályára vonatkozó periódusidő amplitúdó függését. Legyen T az eredeti, T' pedig a transzformált pályához tartozó periódusidő, ekkor:

$$\frac{T'}{T} = \beta = \alpha^{1-\frac{n}{2}} = \left(\frac{A'}{A}\right)^{1-\frac{n}{2}} \, ,$$



ahol felhasználtuk α és β definícióját, illetve azon feltételt, mely a mozgás egyenletek változatlanságát biztosítja.

És most vizsgáljuk meg az eredményünket néhány esetre!

- $n = 2$, ekkor $\frac{T'}{T} = \alpha^0 = 1$, tehát nem függ az amplitúdó nagyságától a periódusidő. Sőt, ha térbeli pályákat vizsgálunk ilyen potenciálban, akkor az egymásból nagyítással kapható pályák periódusideje ugyanannyi.
- $n = 4$ esetén megkapjuk a korábbi $\frac{T'}{T} = \frac{A}{A'}$ eredményt.
- Ha $n = -1$, akkor ismét valami ismerőset kapunk: $\frac{T'}{T} = (\frac{A'}{A})^{\frac{3}{2}}$, kicsit át alakítva: $\frac{T'^2}{T^2} = \frac{A'^3}{A^3}$, ez pedig éppen Kepler III. törvénye.

4. Feladat

1. megoldás

I. A jelenség értelmezése

1.) A cseppen lévő töltések a csepp felszínén fognak elhelyezkedni, mivel a higany elektromos vezető.

2.) Ezeket felhasználva, a nyomásviszonyt alapvetően két hatás befolyásolja:

  - A felületen lévő töltések taszítják egymást ⇒ Növelni akarja a csepp térfogatát ⇒ Csökkentené a nyomást
  - Felületi feszültség ⇒ Csökkenteni akarja a csepp térfogatát ⇒ Növelné a nyomást

Amikor a külső és belső nyomás megegyezik, e két hatás éppen kiegyenlíti egymást.

II. Energetikai vizsgálat

Egy R sugarú, Q töltésű vezető gömb elektrosztatikus energiája:

$$E_e = \frac{1}{2}k\frac{Q^2}{R} \ . \tag{10}$$

Felületi feszültségből származó felületi energia:

$$E_f = \alpha 4R^2\pi \ . \tag{11}$$

III. Alkalmazzuk a virtuális munka elvét!

Ez alapján, ha a csepp sugarát egy kicsiny ΔR értékkel növelnénk, egyensúly esetén (azaz éppen mikor a két nyomás megegyezik) a csepp összenergiája változatlan marad.

Azaz:

$$E_e(R) + E_f(R) = E_e(R + \Delta R) + E_f(R + \Delta R) \ ,$$

(10) és (11) alapján:

$$\frac{1}{2}k\frac{Q^2}{R} + \alpha 4\pi R^2 = \frac{1}{2}k\frac{Q^2}{R+\Delta R} + \alpha 4\pi (R+\Delta R)^2 \ ,$$

$$\frac{1}{2}k\frac{Q^2}{R}\Delta R + \alpha 4\pi R^3 + \alpha 4\pi R^2 \Delta R = \alpha 4\pi (R+\Delta R)^3 \ .$$

Használjuk fel $\Delta R << R$, tehát az útmutatás alapján:

$$(R+\Delta R)^3 = R^3(1+\frac{\Delta R}{R})^3 \approx R^3(1+3\frac{\Delta R}{R}) \ .$$

Ezt beírva és rendezve:

$$Q = \sqrt{\frac{16\pi\alpha R^3}{k}} \ . \tag{12}$$

Behelyettesítve:

$$\boxed{Q = 4,6 \times 10^{-9} C} \ .$$

2. megoldás

A feladatot a nyomásviszonyok vizsgálatával is megoldhatjuk!

1.) A felületi feszültségből származó görbületi nyomás $p_g = 2\alpha/R$, ahol R a gömb alakú Hg csepp sugara. Ezt a p_g görbületi nyomást kell kompenzálnia a felületi töltéssűrűségből származó elektrosztatikus p_e nyomásnak.

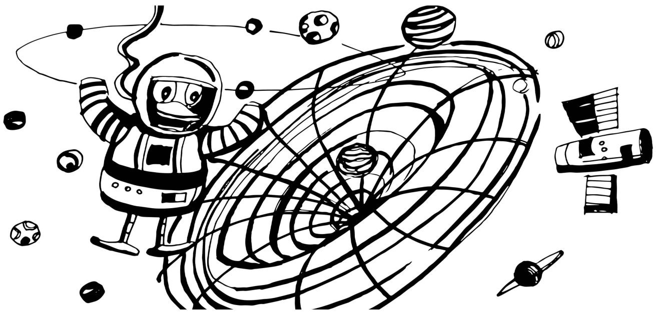
2.) Az elektromos térerősség vektor értéke a Hg cseppen belül $E_{bent} = 0$, közvetlenül a gömbön kívül $E_{kint} = kQ/R^2$. A gömb határán egy vékony rétegen belül pedig egyenletesen változik, így a gömb felszínén levő töltésekre ható erő meghatározásakor a két térerősség érték számtani közepével számolhatunk: $E = (E_{bent} + E_{kint})/2$.
Ez alapján egy kicsi ΔA területű, ΔQ töltésű darabra ható elektrosztatikus nyomás:

$$p_e = \frac{E\Delta Q}{\Delta A} = E\sigma \ .$$

A nyomások egyenlőségéből:

$$\frac{2\alpha}{R} = \frac{kQ}{2R^2} \cdot \frac{Q}{4R^2\pi} \ ,$$

amiből az 1. megoldásban szereplő (12) eredmény adódik.



5. Feladat

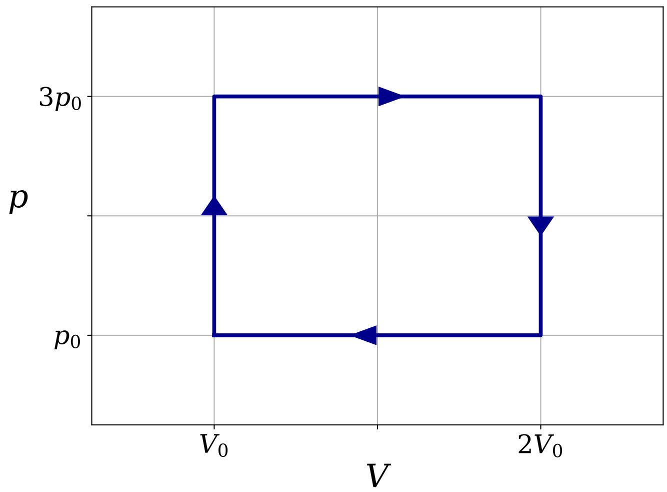
A fotongázra érvényesek a termodinamika főtételei, tehát az I. főtétel is alkalmazható. Ez alapján egy folyamat során a gáz E_b belső energiájának megváltozása kifejezhető a vele közölt hő (Q), és a rajta végzett munka (W) összegeként:

$$\Delta E_\mathrm{b} = Q + W. \tag{13}$$

Mivel a gáz által végzett munka a rajta végzett munka ellentettje, ezért az előző kifejezés átírható

$$Q = \Delta E_\mathrm{b} + W_\text{gáz} \tag{14}$$

alakba, ahol $W_\text{gáz}$ a gáz által végzett munka. A hatásfok kifejezéséhez azt kell kiszámolnunk, hogy mennyi a hőváltozást megadó kifejezés két tagjának mértéke a körfolyamat különböző szakaszain.



5. ábra. A vizsgált körfolyamat.

A gáz által végzett munka abból ered, hogy környezetét adott nyomással összenyomja, vagyis az ideális gázhoz hasonlóan $W_\text{gáz}$ a $p-V$ grafikonon mérhető görbe alatti területtel egyenlő. A teljes körfolyamat során végzett (hasznos) munka a görbe által bezárt terület, vagyis

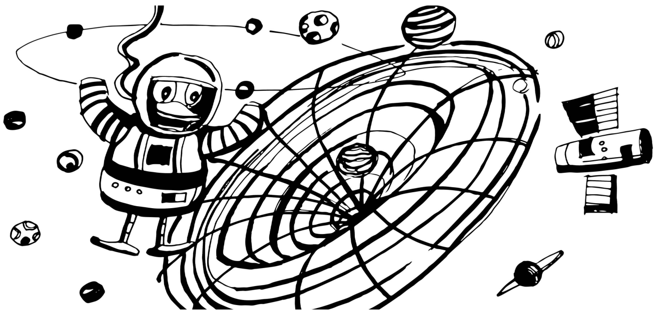
$$W_\text{hasznos} = (3p_0 - p_0)\cdot(2V_0 - V_0) = 2p_0V_0. \tag{15}$$

Az állapotegyenlet alapján a fotongáz hőmérséklete $T = \sqrt[4]{3p/a}$, tehát kizárólag a nyomástól függ, így a $p-V$ grafikon vízszintes, izobár vonalai valójában izotermák is. Behelyettesítve az állapotegyenletből kapott nyomásfüggést a belső energiát megadó képletbe, a következő kifejezést kapjuk:

$$E_\mathrm{b} = 3pV. \tag{16}$$

Ez alapján a belső energia megváltozása a körfolyamat izobár szakaszain $(\Delta E_\mathrm{b})_\text{izob.} = 3p\Delta V$, az izochor szakaszokon pedig $(\Delta E_\mathrm{b})_\text{izoch.} = 3V\Delta p$.

A hatásfokhoz a befektett energia szükséges, vagyis a fotongázzal közölt hő a körfolyamat során. A két izochor folyamat során a gáz nem végez munkát, de míg a nyomásnövekedés során



a belsőenergia-változás pozitív előjelű, addig a nyomáscsökkenés során negatív, tehát előbbi esetében hőközlés szükséges, utóbbi esetében pedig a fotongáz leadja a hőt. Hasonló a helyzet az izobár folyamatoknál, hiszen a tágulás során a végzett munka és a belsőenergia-változás is pozitív előjelű, de a térfogatcsökkenésnél mindkettő negatív, tehát hőközlés ezek közül is csak az első esetében van. A befektetett energia tehát a V_0 térfogatú izochor és a $3p_0$ nyomású izobár folyamatok során történő hőcsere összege:

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{fel}} &= Q_1 + Q_2 = \\ &= W_1 + (\Delta E_{\mathrm{b}})_2 + W_2 + (\Delta E_{\mathrm{b}})_2 = \\ &= 0 + 3V_0 \cdot 2p_0 + 3p_0 \cdot V_0 + 3 \cdot 3p_0 \cdot V_0 = 18 p_0 V_0. \end{aligned} \tag{17}$$

A hatásfok definíció szerint a hasznos munka és a befektetett energia hányadosa tehát

$$\boxed{\eta = \frac{W_{\mathrm{hasznos}}}{Q_{\mathrm{fel}}} = \frac{2p_0V_0}{18p_0V_0} = \frac{1}{9}}\,. \tag{18}$$