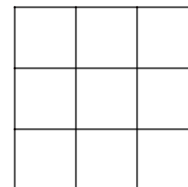


1. Csongor négyzeteket rajzol a papírjára (két lerajzolt négyzet átfedheti egymást). Néhány négyzet lerajzolása után az alábbi ábra rajzolódik ki. Legkevesebb hány négyzetet kellett Csongornak lerajzolnia ehhez?



2. Pisti a karantén alatt nagyon unatkozott, ezért a 11-es számból kiindulva elkezdett számokat felírni az alábbiak szerint. Ha egy x számot már felírt, akkor felírhatta

- x számjegyeinek összegét,
- $2(x + 1) + 1$ -et,
- vagy $x + 4$ -et.

a) Mutassátok meg, hogy csak ezen lépések használatával Pisti bármely pozitív egész számot felírhatta.

b) Amennyiben csak az első két fajta lépést használta Pisti, akkor akárhogy is próbálkozott, nem sikerült a 2022-t felírnia. Igazoljátok, hogy nem Pisti volt ügyetlen, hanem tényleg nem lehet felírni a 2022-t.

3. Az $ABCD$ négyzet AB oldalának külsejére írjuk az ABE szabályos háromszöget. Az A pont tükörképe a BE egyenesre legyen F , továbbá az E pont tükörképe a BF egyenesre legyen G . Legyen az FG szakasz felezőmerőlegesének és az AD szakasznak a metszéspontja X . Igazoljátok, hogy az X középpontú XA sugarú kör érinti az FB egyenest.

4. a) Létezik-e 12 egymást követő pozitív egész szám, melyeknek az összege négyzetszám?

b) Létezik-e 11 egymást követő pozitív egész szám, melyeknek az összege négyzetszám?

c) Létezik-e 10 egymást követő pozitív egész szám, melyeknek az összege négyzetszám?

Mutassatok példát, vagy bizonyítsátok be, hogy nem létezik.

5. Kacska Kató az első születésnapján tojta élete első tojását, és azóta minden nap pontosan egy tojást tojik, mindig vagy barnát, vagy szürkét, vagy narancssárgát. Azután hogy tojik, mindig felírja a füzetébe, hogy hány nappal azelőtt tojt legutóbb ugyanolyan színű tojást, méghozzá olyan színű tollat használ, amilyen színű az aktuális tojás (amikor az első tojást tojja valamelyik színből, akkor nem ír fel semmit). Kató azt vette észre, hogy eddig nem írt fel kétszer ugyanolyan számot ugyanolyan színű tollal. Legfeljebb hány tojást tojhatott eddig az életében?

6. Játék: Adott egy téglatest rácsa, aminek be van húzva az egyik testátlója. Egy lépésben az éppen soron lévő játékos megszínezi valamelyik még színezetlen csúcsot három szín valamelyikével (azaz piros, sárga vagy kék korongot tesz rá) úgy, hogy ne keletkezzen két szomszédos csúcs, amik azonos színűek. Ha valamelyik játékos nem tud lépni, akkor véget ér a játék. A kezdő játékos nyer, ha minden csúcs meg lett színezve, míg a második akkor nyer, ha van olyan csúcs ami nem lett kiszínezve.

Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el, hogy a kezdő vagy a második játékos bőrébe szeretnétek bújni.

Mindegyik megoldást külön lapra írátok, amelyen szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat sorszáma. Mindegyik feladat olvasható és megfelelően indokolt megoldása 12 pontot ér. Feladatonként legfeljebb 4 extra pont is szerezhető lényegesen különböző második megoldással vagy általánosítással.

A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!