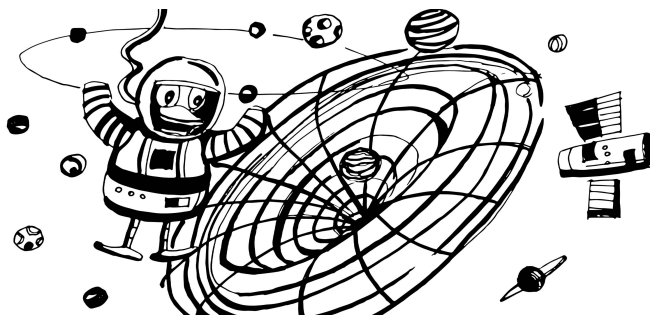




XV. DÜRER
VERSENY

Döntő:
2022. február 4-6.

FIZIKA
FELADATSOR



F+

KATEGÓRIA
Kifejtős forduló

10-12.
osztályosok

Figyelem! A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldások számszerű közlése, levezetés és a logikai lépések szöveges indoklása is szükséges (pl. „Newton III. törvénye alapján...”)!

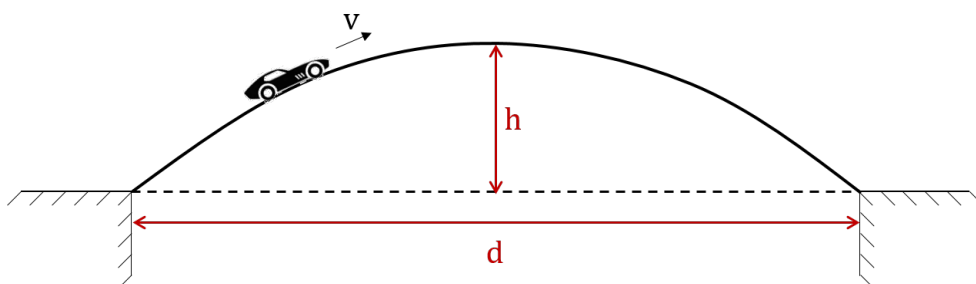
1. feladat

(10 pont)

Egy d szélességű folyó felett paraboláiv hosszszmetű híd halad át, melynek legmagasabb pontja h magasságban van a két partot összekötő egyenes felett. A hídon egy m tömegű gépkocsi halad keresztül állandó v nagyságú sebességgel. Adjuk meg a híd által a kocsira kifejtett nyomóerő értékét

- (a) a híd legmagasabb pontján!
- (b) a két part közötti távolság $2/3$ részében!

Adatok: $d = 100$ m, $h = 5$ m, $m = 1$ t, $v = 20$ m/s.



2. feladat

(14 pont)

Homogén tömegeloszlású, tömör anyagból ellipszoid alakú testet alakítunk ki, amelynek tömege m valamint három fél főtengele rendre a , b és c . Számítsuk ki ezen test tehetetlenségi nyomatékát egy tetszőleges, de tömegközéppontján átmenő tengelyre vonatkozóan! Mekkora a tehetetlenségi nyomaték speciálisan az ellipszoid főtengeleire vonatkozóan?

Segítség: A számolás során érdemes a koordinátarendszerünket úgy felvenni, hogy az x , y és z tengelyek az ellipszoid főtengeleivel essenek egybe. Ekkor a tömegközépponton áthaladó tetszőleges tengely jellemezhető egy \mathbf{n} egységvektorral avagy annak (n_x, n_y, n_z) komponenseivel. Az ellipszoid egy $\mathbf{r} = (x, y, z)$ helyen lévő pontjának a tengelytől való távolsága pedig a Pitagorasztétel alapján kifejezhető, mint:

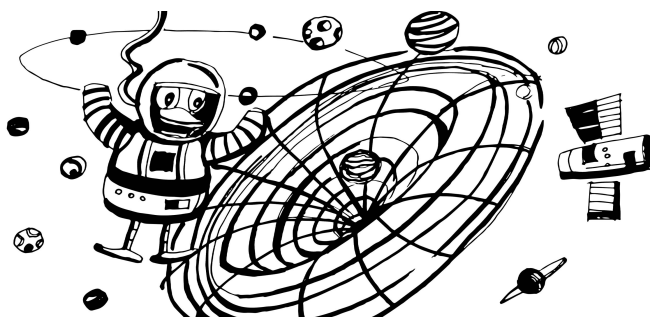
$$|\mathbf{r}|^2 - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})^2 = x^2 + y^2 + z^2 - (n_x x + n_y y + n_z z)^2 .$$



XV. DÜRER
VERSENY

Döntő:
2022. február 4-6.

FIZIKA
FELADATSOR



F+

KATEGÓRIA
Kifejtős forduló

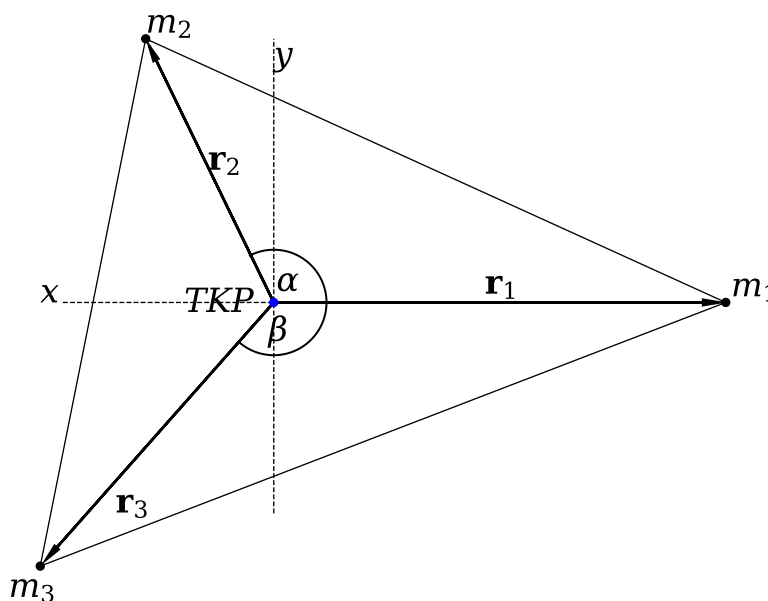
10-12.
osztályosok

3. feladat

(14 pont)

Ebben a feladatban a gravitációs háromtest-probléma egyik speciális esetét vizsgáljuk. A kérdés az, milyen feltételek mellett tud három csillag úgy keringeni egymás gravitációs mezőjében, hogy a köztük mért távolságok időben ne változzanak, azaz egy állandó háromszöget alkossanak mozgásuk során.

A csillagok tömegközéppontja külső erő hiányában nem gyorsulhat, ezért legegyszerűbb a mozgást azon inerciarendszertől vizsgálni, amelyben a rendszer tömegközéppontja az origó. A csillagok tömegeit jelölje m_1, m_2, m_3 , és helyzetüket paraméterezzük a következőképp: az origóból az i -edik csillaghoz mutató helyvektor legyen \mathbf{r}_i , hosszúsága pedig r_i . Az \mathbf{r}_1 és \mathbf{r}_2 vektorok által bezárt szöget jelölje α , az \mathbf{r}_1 és \mathbf{r}_3 vektorok közti szöget pedig β . Használjuk továbbá a következő koordinátarendszert: az \mathbf{r}_1 vektorral párhuzamos illetve arra merőleges tengelyek legyenek rendre x és y .



- Tetszőleges $m_1, m_2, m_3, r_1, r_2, r_3, \alpha, \beta$ paraméterek esetén nem igaz, hogy a rendszer tömegközéppontja az origó. Milyen egyenleteket kell kielégítenie a fenti paramétereknek, hogy ez teljesüljön?
- Vizsgáljuk meg az m_1 tömegű test körpályán való mozgását. Milyen megkötést jelent ez a háromszögre?
- Adjuk meg a keringési időt a csillagok alkotta háromszög oldalainak függvényben!

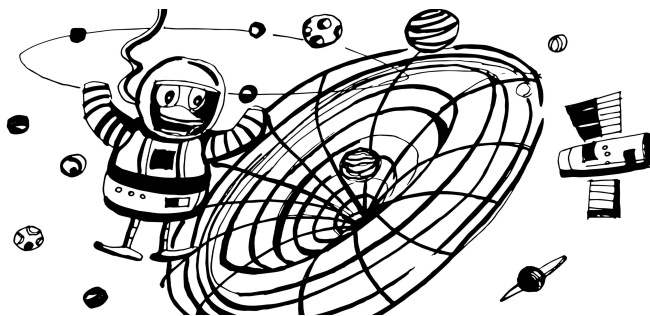
Segítség: A megoldás során tekintsünk el attól az esettől, amikor a csillagok alkotta háromszög elfajuló. Érdeemes emellett a (c) feladatrészt során vektorokkal számolni.



XV. DÜRER
VERSENY

Döntő:
2022. február 4-6.

FIZIKA
FELADATSOR



F+
KATEGÓRIA
Kifejtős forduló
10-12.
osztályosok

4. feladat

(17 pont)

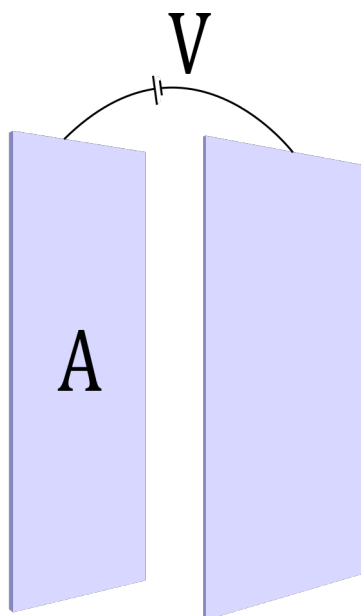
Vegyünk két nagy méretű, egymással párhuzamos fémsíkot, és az egyiket hevítsük fel olyan mértékben, hogy az elektronokat bocsásson ki. Amikor ez megtörtént, kapcsoljunk V feszültséget a két fémsík közé. Bizonyos idő elteltével a melegítés hatására időegységenként kilépő elektronok száma állandósul, vagyis stacionárius állapot áll be. Határozzuk meg ekkor a rendszer $I(V)$ (áram-feszültség) karakterisztikáját!

Segítség: A megoldás során felhasználhatjuk, hogy az elektromos potenciál negatív deriváltja az elektromos térerősség:

$$E_x = -\frac{\partial U(x, y, z)}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial U(x, y, z)}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial U(x, y, z)}{\partial z}.$$

Továbbá a feladatban esetlegesen előkerülő differenciálegyenlet megoldását érdemes hatványfüggvény alakjában keresni:

$$f(x) = \alpha x^n, \quad f'(x) = n\alpha x^{n-1}.$$

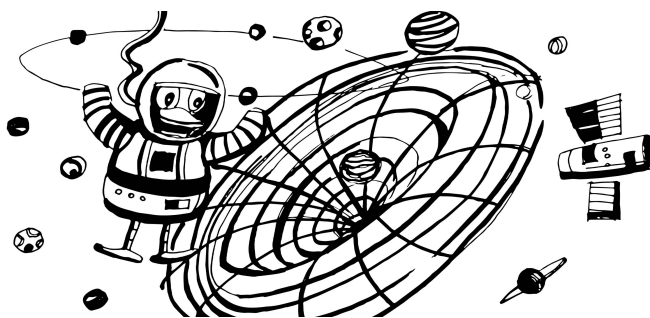




XV. DÜRER
VERSENY

Döntő:
2022. február 4-6.

FIZIKA
FELADATSOR

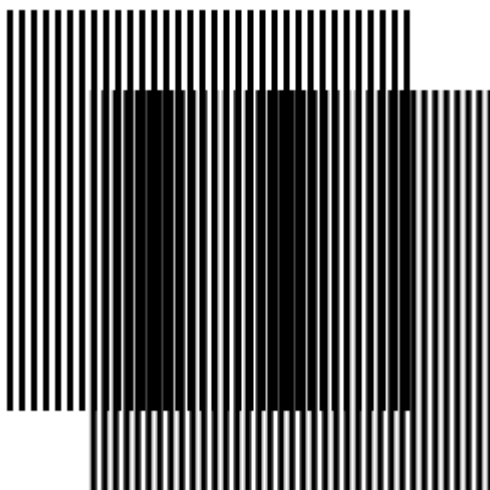


F+
KATEGÓRIA
Kifejtős forduló
10-12.
osztályosok

5. feladat

(10 pont)

Egy gyalogos felüljáró mindkét oldalát kerítés védi. A kerítés oszlopai $d_{\text{oszlop}} = 3$ cm szélesek és két oszlop között $d_{\text{rész}} = 2$ cm-es rés van. Egy $s = 100$ m távolságban sétáló ember szemszögéből úgy tűnik, mintha egy nagyított mintázat alakulna ki: sokkal szélesebb oszlopok között sokkal nagyobb hézag látszik (ld. *ábra*). A látott minta rácsállandója (periódusának hossza) $h = 100$ cm. Mekkora a gyalogos átjáró x szélessége?



Használható segédeszközök: író- és rajzolóeszközök, számológép, függvénytáblázat.

A feladatok megoldására 180 perc áll a csapatok rendelkezésére.

Sikeres versenyzést kívánnak:

a szervezők