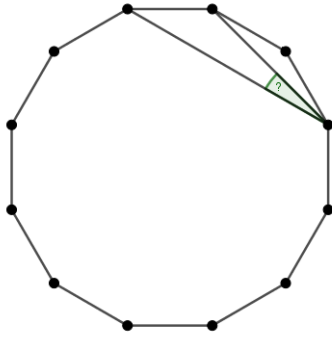


D-1. Az ábrán egy szabályos tizenkétszög látható, melynek be van húzva két átlója. Hány fokos a kérdőjellel jelölt szög?



(3 pont)

D-2. Egy prímszámot *középkorúnak* nevezünk, ha a nála 4-gyel kisebb és a nála 4-gyel nagyobb szám is prímszám. Mi a 60-nál kisebb középkorú prímek összege? (3 pont)

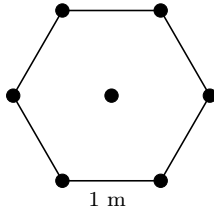
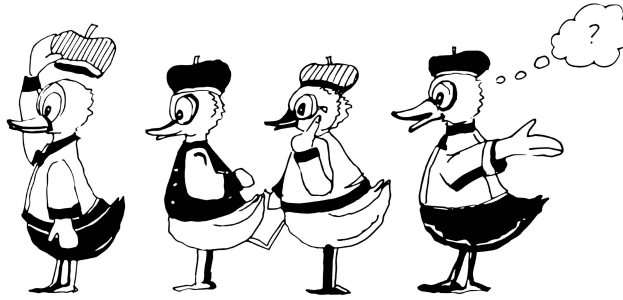
D-3. Csaba egy $15\text{ m} \times 15\text{ m}$ -es négyzet alakú terem közepén áll egy olyan munkahelyen, ahol mindenki gondosan betartja azt a járványügyi előírást, hogy semelyik két ember sem mehet $1,5\text{ m}$ -nél közelebb egymáshoz. Legkevesebb hányan vannak még Csabán kívül a teremben, ha Csaba nem tud egyik falhoz sem eljutni anélkül, hogy a többiek megmozdulnának?

Az embereket pontszerűnek tekintjük.

(3 pont)

D-4. Hány olyan tízjegyű számjegysorozat van, ami 1 db 4-es, 2 db 3-as, 3 db 2-es és 4 db 1-es számjegyből áll, továbbá bármely két 1-es között van egy 2-es, bármely két 2-es között van egy 3-as, és a két 3-as között van egy 4-es? (3 pont)

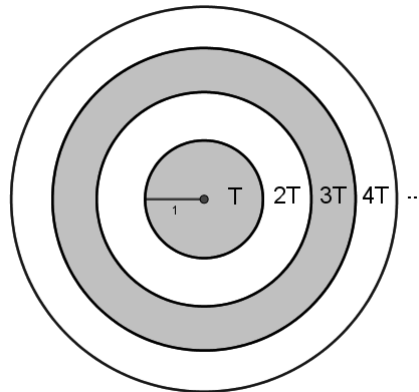
D-5. A vízimadarak olimpiáján 7 kacsza szinkronúszó gyakorlatot mutat be. Közülük hatan egy 1 m oldalú szabályos hatszög hat csúcsában helyezkednek el, a hetedik pedig a hatszög középpontjában (lásd ábra). A versenybíró hattyúk a vízszint felett 3 m magasságból nézik a gyakorlatot. Hogy mindegyikük jól tudja értékelni a mutatvány összhangját, úgy szeretnének elhelyezkedni, hogy minden hattyúhoz legyen legalább három kacsza, akik azonos távolságra vannak tőle. Legfeljebb hány hattyú bíró lehet?



(4 pont)

D-6. Három kacsalábon forgó palota egyenletesen forog; az első 30, a második 50, a harmadik pedig 70 nap alatt fordul körbe. Ma délben mindhárom palota északra néz. Legközelebb hány nap múlva néznek mind egyszerre délre? (4 pont)

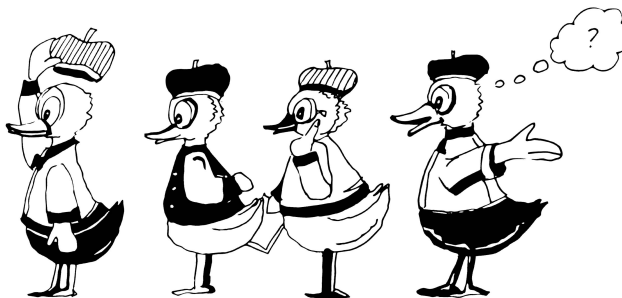
D-7. Benedek koncentrikus köröket rajzol az alábbi módon. Az első kör, amit felrajzol, 1 sugarú. Ezután rajzol egy 2. kört úgy, hogy az 1. és 2. körök közötti körgyűrű területe kétszerese legyen az 1. kör területének. Majd rajzol egy 3. kört úgy, hogy a 2. és 3. körök közötti körgyűrű területe háromszorosa legyen az 1. kör területének. És így tovább (lásd ábra). Melyik az a legkisebb n , melyre az n -edik kör sugara 1-nél nagyobb egész szám lesz?



(4 pont)

D-8. Egy focibajnokságban 6 csapat vett részt, és mindegyik csapat mindegyik másikkal pontosan egyszer játszott. Minden győzelemért 3 pont, minden döntetlenért 1 pont és minden vereségért 0 pont járt. Ha a csapatok közül ötnek a végső pontszámai 13, 11, 8, 5 és 0, akkor mennyi lett a hatodik csapat pontszáma? (4 pont)

D-9. Egy pozitív egész szám *részleteinek* nevezzük a néhány (egy vagy több) egymás utáni számjegy összeolvasásával kapható számokat. Egy szám részletösszegét úgy kapjuk, hogy a



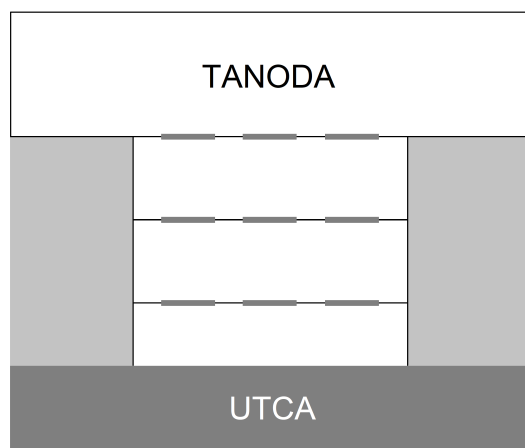
benne előforduló összes részletet összeadjuk, beleértve magát a számot is. Például a 2022 részletösszege $2022 + 202 + 022 + 20 + 02 + 22 + 2 + 0 + 2 + 2 = 2296$. Van egy másik négyjegyű szám is, aminek ugyanennyi a részletösszege. Melyik ez?

Mint a példában is látható: ha egy részlet többször is előfordul a számban, akkor az összegbe minden egyes előfordulása beleszámít, továbbá a 0-val kezdődő részesetek is számítanak (a 022 például 22-t ér).

(5 pont)

D-10. Dürer kacsatanodájába az ábrán látható módon három ajtó sor vezet; minden sor három ajtóból áll. Dodó kacsája úgy szeretne bemenni az utcáról a tanodába, hogy mind a kilenc ajtót pontosan egyszer használja. (Az útja során újra kimehet az utcára, illetve a tanodából is kijöhet, csak az számít, hogy az útja végén a tanodába érkezzék.) Hányféleképpen teheti ezt meg?

Két útvonalat különbözőnek tekintünk, ha az ajtókat nem ugyanabban a sorrendben járja végig Dodó.



(5 pont)

D-11. A Kacs Aladár utcában csak az út egyik oldalán találhatóak házak, így az utcán sétálva csak páratlan házszámokat olvashatunk. Az utca páratlan sok telekből áll. A középső három telek Dagobert bácsié, így a három telket elfoglaló villájára a lehetséges három házszám közül csak a legkisebbet rakatta ki. A többi ház számozása hagyományos, és a számozás az 1-estől kezdődik. Mennyi a legnagyobb házszám az utcában, ha a kiírt házszámok összege 3133?

(5 pont)

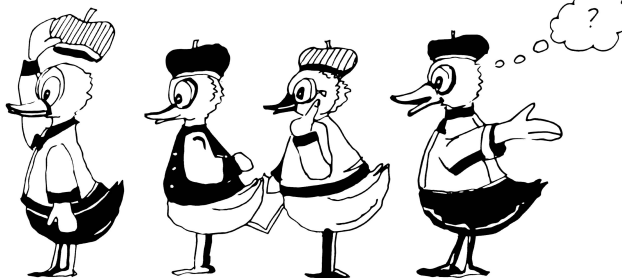
D-12. Csongi megtanította Benedeket, hogyan kell kacsát hajtogatni 8 lépésben egy $24\text{ cm} \times 24\text{ cm}$ -es papírból. Az ábrákon látható szaggatott egyenes mentén kell a papír egyik felét a másikra hajtani, a nyíl irányában. Miután Benedek meghajtogatta a kacsát, visszacsinált minden lépést, és az így kapott négyzet alakú papírján hajtásvonalakat talált. A lap egyik oldalán kék ceruzával berajzolta azokat a hajtásokat, amik Benedek felé nyíltak, és pirossal azokat, amik az



XV. DÜRER
VERSENY

Döntő:
2022. február 4-6.

MATEMATIKA
FELADATSOR

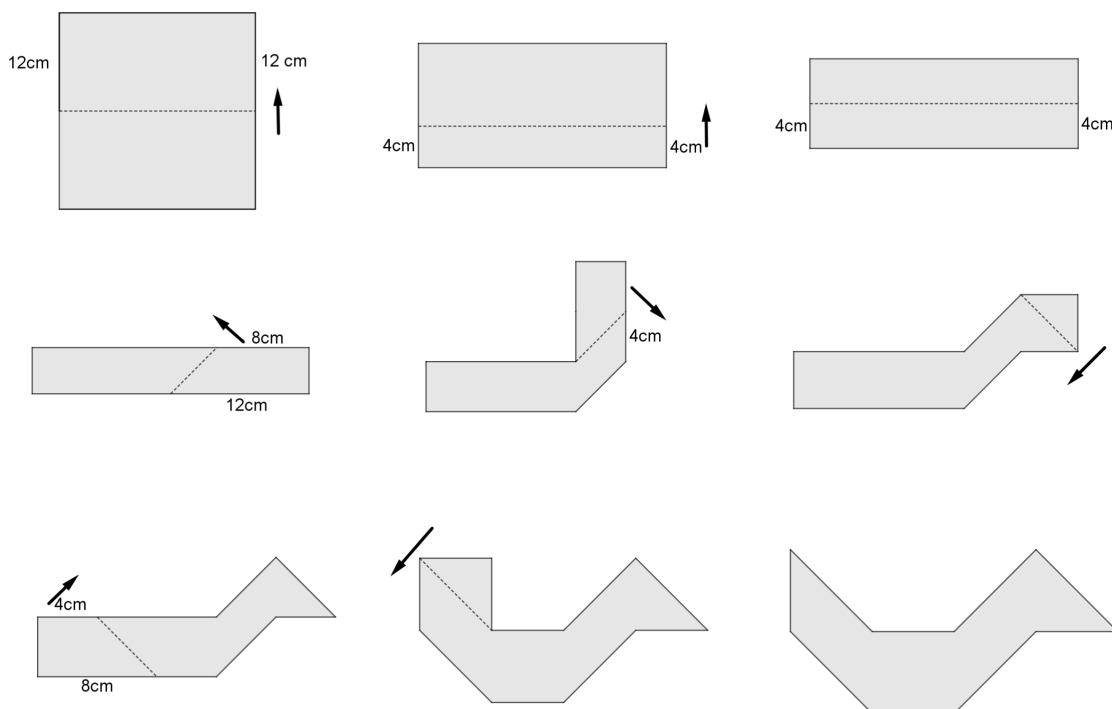


D

KATEGÓRIA
Váltó forduló

9-12.
osztályosok

asztal felé nyíltak. Hány cm a különbség a kék vonalak összhossza és a piros vonalak összhossza között?



(5 pont)

D-13. Írjatok néhány pozitív egész számot az alábbi táblázatba úgy, hogy:

- minden szám pontosan annyi legyen, mint ahány vele oldalszomszédos mezőben szerepel szám,
- semelyik két oldalszomszédos mezőben nem szerepel azonos szám (oldalszomszédos üres mezők lehetnek).

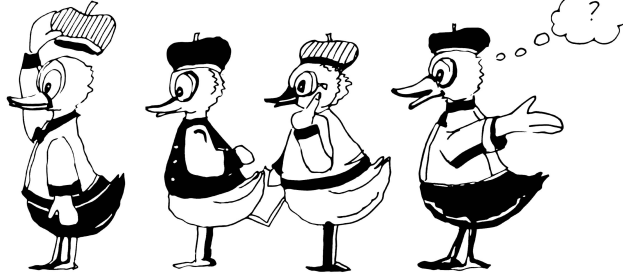
Mennyi az ezeknek a feltételeknek megfelelő táblázatban a számok összege? *Minden mezőben legfeljebb 1 szám szerepelhet.*



XV. DÜRER
VERSENY

Döntő:
2022. február 4-6.

MATEMATIKA
FELADATSOR



D

KATEGÓRIA
Váltó forduló

9-12.
osztályosok

					1
1			3		
		4			2
	2				
					2
1					

(6 pont)

D-14. Egy derékszögű háromszög minden oldala cm-ben mérve egész szám, és az átfogó és az egyik befogó hosszának különbsége 75 cm. Legalább hány cm a háromszög kerülete? (6 pont)

D-15. A pozitív egészekből álló (a, b) számpárra teljesül, hogy a és b egyike sem osztja a másikat, mindkét szám legfeljebb 100, és az ezen feltételeket teljesítő számpárok közül a lehető legtöbb közös osztójuk van. Ekkor legfeljebb mennyi $a \cdot b$ értéke? (6 pont)

D-16. Doofy kacsza mandarinokat vesz a boltban. Mindegyik mandarin ugyanakkora tömegű, és 9, 10, 11, 12 vagy 13 egyenlő tömegű cikkelyre van felosztva, ám a cikkelyek száma megpucolás előtt nem látszik. Legalább hány mandarint kell megvennie Doofy kacsának, hogy biztosan meg tudjon enni pontosan egy mandarinni mandarint úgy, hogy csak teljes cikkelyeket eszik, és mindegyik cikkely különböző mandarinból legyen?

Doofy kacsza csak otthon pucolja meg a megvett mandarinokat.

(6 pont)