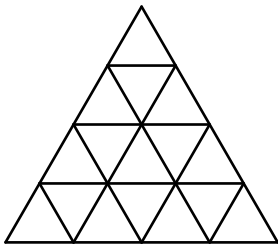


**E<sup>+</sup>-1.** Hány olyan tízjegyű számjegysorozat van, ami 1 db 4-es, 2 db 3-as, 3 db 2-es és 4 db 1-es számjegyből áll, továbbá bármely két 1-es között van egy 2-es, bármely két 2-es között van egy 3-as, és a két 3-as között van egy 4-es? (3 pont)

**E<sup>+</sup>-2.** Legkevesebb hány szabályos háromszöggel fedhetőek le az alábbi ábra vonalai? (A háromszögeknek csak a területét használjuk a fedéshez, és nem muszáj a teljes területüknek az ábrára illeszkednie.)



(3 pont)

**E<sup>+</sup>-3.** Három kacsalábon forgó palota egyenletesen forog; az első 30, a második 50, a harmadik pedig 70 nap alatt fordul körbe. Ma délben mindhárom palota északra néz. Legközelebb hány nap múlva néznek mind egyszerre délre? (3 pont)

**E<sup>+</sup>-4.** A Kacs Aladár utcában csak az út egyik oldalán találhatóak házak, így az utcán sétálva csak páratlan házszámokat olvashatunk. Az utca páratlan sok telekből áll. A középső három telek Dagobert bácsié, így a három telket elfoglaló villájára a lehetséges három házszám közül csak a legkisebbet rakatta ki. A többi ház számozása hagyományos, és a számozás az 1-estől kezdődik. Mennyi a legnagyobb házszám az utcában, ha a kiírt házszámok összege 3133? (3 pont)

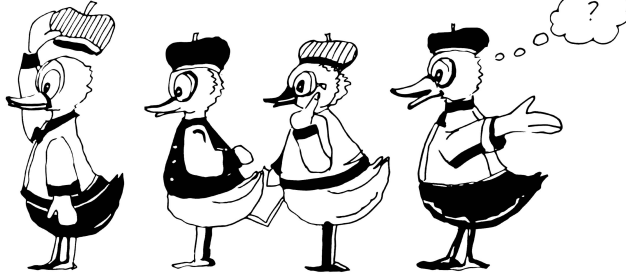
**E<sup>+</sup>-5.** Egy  $k$  körön kijelöltünk négy pontot ( $A, B, C, D$ ) és berajzoltuk az őket páronként összekötő szakaszokat. A szöveget az ábrán látható módon jelöltük. Tudjuk, hogy  $\alpha_1 : \alpha_2 = 2 : 5$ , valamint  $\beta_1 : \beta_2 = 7 : 11$  és  $\gamma_1 : \gamma_2 = 10 : 3$ . Ha  $\delta_1 : \delta_2 = p : q$ , ahol  $p$  és  $q$  relatív prím pozitív egészek, akkor mennyi  $p$  értéke?



XV. DÜRER  
VERSENY

Döntő:  
2022. február 4-6.

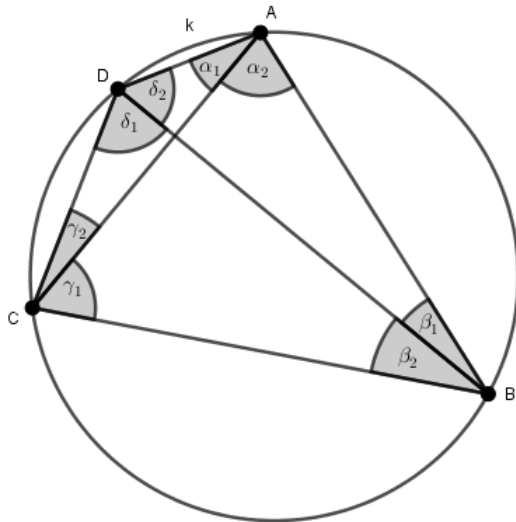
**MATEMATIKA**  
FELADATSOR



**E+**

**KATEGÓRIA**  
Váltó forduló

**9-12.**  
osztályosok



(4 pont)

**E<sup>+</sup>-6.** Egy derékszögű háromszög minden oldala cm-ben mérve egész szám, és az átfogó és az egyik befogó hosszának különbsége 75 cm. Legalább hány cm a háromszög kerülete? (4 pont)

**E<sup>+</sup>-7.** A pozitív egészekből álló  $(a, b)$  számpárra teljesül, hogy  $a$  és  $b$  egyike sem osztja a másikat, mindkét szám legfeljebb 100, és az ezen feltételeket teljesítő számpárok közül a lehető legtöbb közös osztójuk van. Ekkor legfeljebb mennyi  $a \cdot b$  értéke? (4 pont)

**E<sup>+</sup>-8.** Az  $ABCD$  téglalapban az  $AC$  átlót a  $B$ -ből induló szögfelező  $B'$ -ben, a  $D$ -ből induló szögfelező  $D'$ -ben, míg a  $BD$  átlót az  $A$ -ből induló szögfelező  $A'$ -ben, a  $C$ -ből induló szögfelező  $C'$ -ben metszi. Az  $A'B'C'D'$  négyszög területe az  $ABCD$  téglalap területének  $\frac{9}{16}$ -a. Hányszor hosszabb az  $ABCD$  téglalap hosszabb oldala a rövidebb oldalánál? (4 pont)

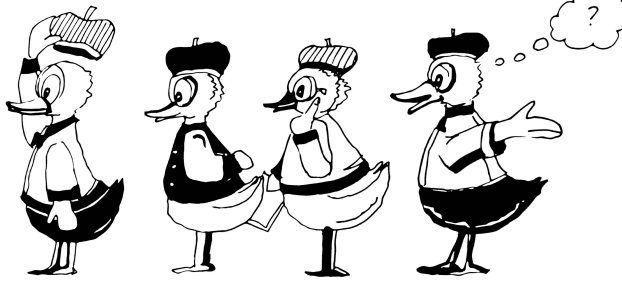
**E<sup>+</sup>-9.** Csongi megtanította Benedeket, hogyan kell kacsát hajtogatni 8 lépésben egy  $24 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}$ -es papírból. Az ábrákon látható szaggatott egyenes mentén kell a papír egyik felét a másikra hajtani, a nyíl irányában. Miután Benedek meghajtogatta a kacsát, visszacsinált minden lépést, és az így kapott négyzet alakú papírján hajtásvonalakat talált. A lap egyik oldalán kék ceruzával berajzolta azokat a hajtásokat, amik Benedek felé nyíltak, és pirossal azokat, amik az asztal felé nyíltak. Hány cm a különbség a kék vonalak összhossza és a piros vonalak összhossza között?



XV. DÜRER  
VERSENY

Döntő:  
2022. február 4-6.

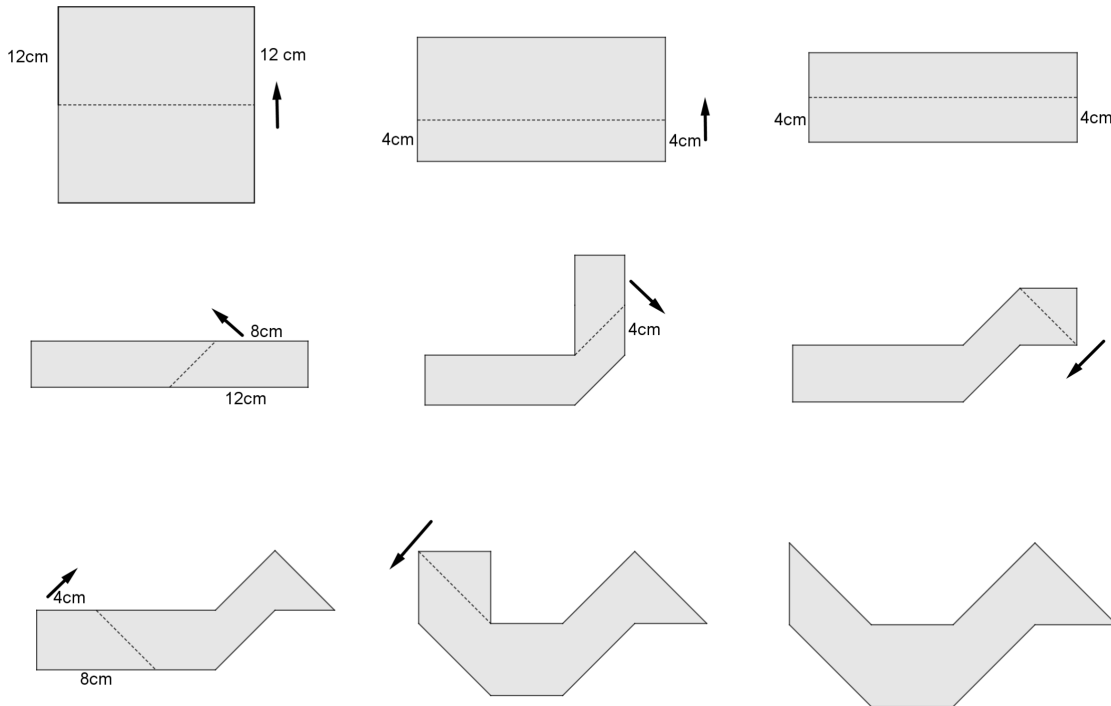
MATEMATIKA  
FELADATSOR



E+

KATEGÓRIA  
Váltó forduló

9-12.  
osztályosok

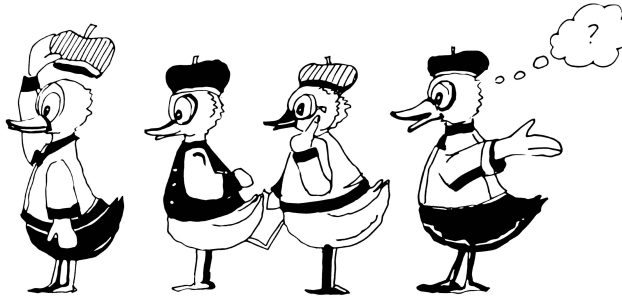


(5 pont)

**E<sup>+</sup>-10.** Írjatok néhány pozitív egész számot az alábbi táblázatba úgy, hogy:

- minden szám pontosan annyi legyen, mint ahány vele oldalszomszédos mezőben szerepel szám,
- semelyik két oldalszomszédos mezőben nem szerepel azonos szám (oldalszomszédos üres mezők lehetnek).

Mennyi az ezeknek a feltételeknek megfelelő táblázatban a számok összege? *Minden mezőben legfeljebb 1 szám szerepelhet.*

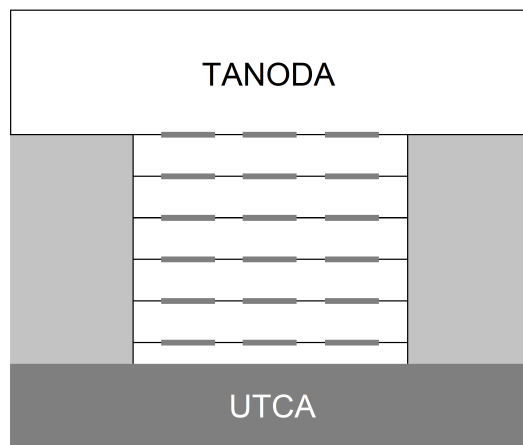


					1
1			3		
		4			2
	2				
					2
1					

(5 pont)

**E<sup>+</sup>-11.** Dürer kacsatanodájába az ábrán látható módon hat ajtó sor vezet; minden sor három ajtóból áll. Dodó kacsá úgy szeretne bemenni az utcáról a tanodába, hogy mind a 18 ajtót pontosan egyszer használja. (Az útja során újra kimehet az utcára, illetve a tanodából is kijöhet, csak az számít, hogy az útja végén a tanodába érkezen.) Hányféleképpen teheti ezt meg? **Válaszként a lehetséges útvonalak számának utolsó 4 jegyét adjátok meg.**

*Két útvonalat különbözőnek tekintünk, ha az ajtókat nem ugyanabban a sorrendben járja végig Dodó.*



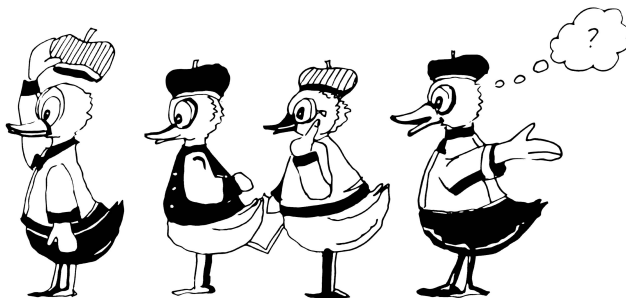
(5 pont)

**E<sup>+</sup>-12.** Doofy kacsá mandarinokat vesz a boltban. Mindegyik mandarin ugyanakkora tömegű, és 9, 10, 11, 12 vagy 13 egyenlő tömegű cikkelyre van felosztva, ám a cikkelyek száma megpucolás előtt nem látszik. Legalább hány mandarint kell megvennie Doofy kacsának, hogy biztosan meg tudjon enni pontosan egy mandarinni mandarint úgy, hogy csak teljes cikkelyeket eszik, és mindegyik cikkely különböző mandarinból legyen?

*Doofy kacsá csak otthon pucolja meg a megvett mandarinokat.*

(5 pont)

**E<sup>+</sup>-13.** Adott egy 10 sugarú  $k_1$  kör, mely kívülről érinti a 18 sugarú  $k_2$  kört. A  $k_3$  kör mindkét



kört érinti, továbbá érinti a középpontjaik által meghatározott  $e$  egyenest. Legyen  $k_4$  az a ( $k_1$ -től különböző) kör, melynek középpontja illeszkedik az  $e$  egyenesre és kívülről érinti a  $k_2$  és  $k_3$  köröket. Hány egység a  $k_4$  kör sugara? (6 pont)

**E<sup>+</sup>-14.** Benedek írt egy programot, amely kiszámolta az alábbi összeget:  $1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 2021^{2021}$ . Mennyi az összeg 35-tel való osztási maradéka? (6 pont)

**E<sup>+</sup>-15.** Egy végtelen kockás füzet rácsvonalain sétál egy hangya. Az egyik rácspont pirossal van megjelölve, ez a kiindulópontja. Minden egyes alkalommal, amikor a hangya elér egy rácspontot,  $\frac{1}{3}$  eséllyel egyenesen előre,  $\frac{1}{3}$  eséllyel balra és  $\frac{1}{3}$  eséllyel jobbra halad tovább. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a hangya a 3. kanyarodása után, de a 4. kanyarodásánál nem később visszaér a piros pontba?

Írjátok fel a keresett valószínűséget  $\frac{p}{q}$  alakban, ahol  $p$  és  $q$  relatív prím pozitív egészek, és válaszként  $p + q$  értékét adjátok meg.

*A hangya egyes lépései függetlenek egymástól.* (6 pont)

**E<sup>+</sup>-16.** Egy táblán a 60-as szám szerepel. Minden lépésben Andris egyesével letörli a lépés elején a táblán lévő számokat, és mindegyiknek a helyére felírja az összes osztóját (beleértve önmagát is). 10 ilyen lépés után hányszor fog szerepelni az 1-es szám a táblán? (6 pont)