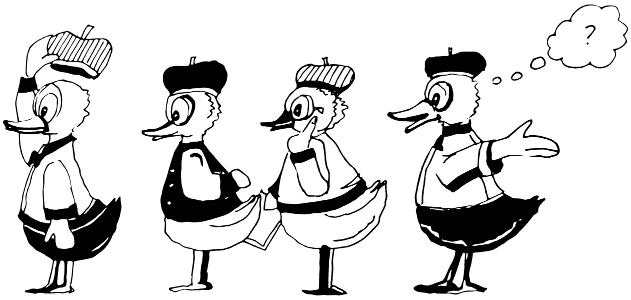
XV. DÜRER VERSENY

Döntő: 2022. június 3-4.

MATEMATIKA

MEGOLDÁSOK



B

KATEGÓRIA

Váltó forduló

7-8. osztályosok

B1. Csongi kacsa egy nagytucat kopasz kukacot meg még egy tucat kopasz kukacot vacsorázott. Hány tucat kopasz kukacot vacsorázott Csongi kacsa? *Az egy tucat kifejezés 12 darabot jelent, a nagytucat pedig egy tucat tucatot.*

Megoldás: Egy nagytucat 12 tucat, így egy nagytucat meg még egy tucat az $12 + 1 = 13$ tucat.

B2. Áron, Csenge, Luca, Tomi, Orsi és Zsombor tombolasorsoláson vesznek részt. A gyerekek közül néhányan nyertek ajándékot, néhányan nem. Azt tudjuk, hogy a hat gyerek közül ugyanannyi lány nyert ajándékot, mint ahány fiú. A végén felírják egy listára azok nevét, akik nyertek ajándékot. Hányféleképpen nézhet ki a nyertesek listája a hat gyerek között, ha tudjuk, hogy közülük legalább az egyik gyerek nyert ajándékot? *A listán a gyerekek sorrendje nem számít.*

Megoldás: Mivel 3 fiú és 3 lány van, és ugyanannyi fiú nyert ajándékot, mint lány, ezért az alábbi három eset lehetséges:

- Ha 1 fiú és 1 lány nyert ajándékot, akkor a fiú is 3-féle, és a lány is 3-féle lehet, így $3 \cdot 3 = 9$ lehetőség van.
- Ha 2 fiú és 2 lány nyert ajándékot, akkor a nyertesek listája helyett tekinthetjük a nem nyertesek listáját. Az a fiú, aki nem nyert 3-féle lehet, és az a lány, aki nem nyert, szintén 3-féle lehet, ami $3 \cdot 3 = 9$ lehetőség.
- Ha 3 fiú és 3 lány nyert ajándékot, akkor igazából mindenki nyert, tehát ez 1 lehetőség.

Összesen a nyertesek listája $9 + 9 + 1 = 19$-féle lehet.

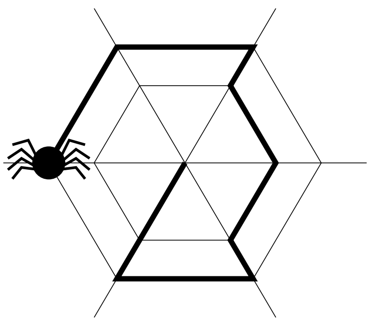
B3. A seriff kisfia botokat gyűjtött a kaktusz elleni párbajhoz. A párbaj során valahányszor egy botot nekiütött a kaktusznak, a bot négyfelé tört. Hányféle lehet a kisfiú által eredetileg gyűjtött botok száma, ha a végén 17 botja lett? *A kisfiú a harc során legalább egyszer megütötte a kaktuszt. A botokat széttörés után is botnak tekintjük.*

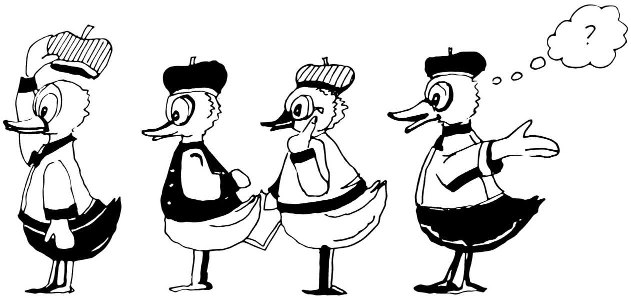
Megoldás: Mindig, amikor a fiú nekiüti a botot a kaktusznak, a botjainak száma 3-mal növekedik. Tehát ha csak 1-szer ütött neki botot, akkor eredetileg $17 - 3 = 14$ botja volt; ha 2-szer ütött, akkor $17 - 2 \cdot 3 = 11$, és így tovább. Az eredetileg gyűjtött botjainak száma tehát 14, 11, 8, 5 vagy 2 lehet, ami 5 lehetőség.

B4. Totyogit, a ravasz kacsát a szülei megkérik, hogy a következő két hétben gyakorolja sokat az úszást. Ehhez képest Totyogi hétfőn, az első napon mindössze 1 métert úszik. Mivel a szülei mérgesek rá, ezért a következő ígéretet teszi: ugyan a hétvégi napokon ő nem fog úszni egy métert se, de a többi napon mindig az előző napi mennyiség kétszeresét fogja úszni. Hány métert úszik Totyogi a két hét alatt összesen, ha betartja az ígéretét?

Megoldás: Első észrevétel, hogy mivel a hétvégi napokon nem úszik egy métert se, így a második hét hétköznapjain nem fog egyetlen métert sem úszni Totyogi, mivel az előző napi mennyiség minden esetben 0 méter lesz, aminek a kétszerese is 0. Azaz elég meghatározni, hogy az első hét első öt napján mennyit úszott összesen, mivel az utánna lévő napokon 0 métert úszott. Ezen az öt napon $1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$ métert úszott. Azaz a két hét alatt összesen 31 métert úszik Totyogi.

B5. Hány centiméter a vastaggal jelölt útvonal hossza, ha az út végére 12 centiméterre távolodott el a pókháló közepéről a pók? *Az ábrán minden háromszög szabályos.*



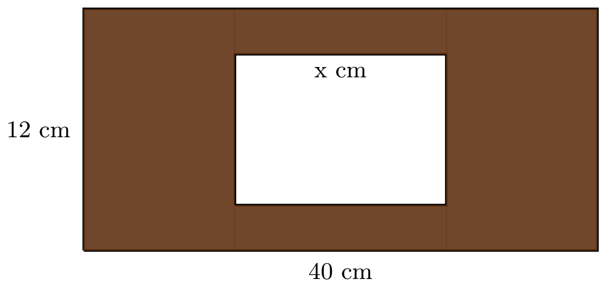


Megoldás: A vastag vonalon három különböző hossz található, jelöljük ezeket a, b és c-vel, ahol a a leghosszabb és c a legrövidebb. Megfigyelhetjük, hogy $a = b + c$, mert mindkettő a szabályos háromszög két oldala. A pók a legvégén $b + c$ távolságra van, azaz $b + c = 12$. Az útvonal középről indulva b, c, a, c, b, b, c, a és a hosszú utakon megy végig, ezért $3a + 3b + 3c = 3a + 3(b + c) = 3 \cdot 12 + 3 \cdot 12 = 72$ centiméter az útvonal hossza.

B6. Esőfalva, Felhőszállás és Viharháza 3 falu egy egyenes mentén, ebben a sorrendben. Felhőszállás Esőfalvától és Viharházától is 10 kilométerre van. Anna Esőfalván lakik, de meglátogatta barátnőjét Felhőszálláson. Éppen társasoztak, mikor Anna megnézte az időjárás-előrejelzést, és azt látta, hogy Viharházára épp akkor ért oda egy esőfelhő, ami 20 km/h-val közelít Felhőszállás és Esőfalva felé. Hány perce van Annának hazaindulni, ha 15 km/h-val tud biciklizni, és még az eső előtt haza szeretne érni?

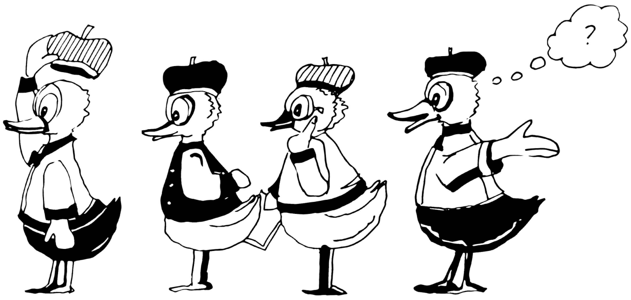
Megoldás: Ha Felhőszállás Esőfalvától és Viharházától is 10 kilométerre van, és ezek egy egyenesen helyezkednek el, akkor Esőfalva és Viharháza egymástól 20 kilométerre vannak. Ha az esőfelhő 20 km/h-val halad, és 20 kilométert kell megtennie Esőfalváig, akkor pont 1 óra múlva ér majd oda, ami 60 perc. Annának 10 kilométert kell megtennie 15 km/h-val, amihez 40 percre van szüksége. Tehát Annának 20 perce van elindulnia.

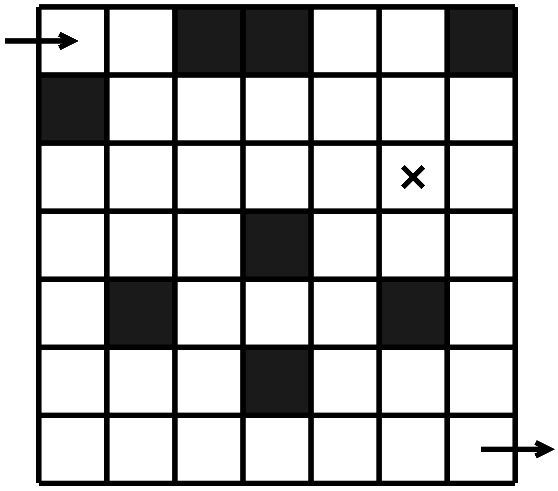
B7. Gombóc Artúr egyik kedvenc csokija a lyukas csokoládé. A csokoládét úgy készítik, hogy egy 12 cm $\times$ 40 cm-es téglalap alakú tábla csokoládéból kivágnak egy másik kisebb téglalapot, aminek az oldalai centiméterben mérve egészek. Azt tudjuk, hogy a nagy téglalap kerülete kétszerese, a területe pedig háromszorosa a kisebb téglalapénak. Hány centiméter hosszú a kisebb téglalap x-szel jelölt oldala? *A kivágott téglalap oldalai párhuzamosak a nagy téglalap oldalaival. Az ábra nem méretarányos.*



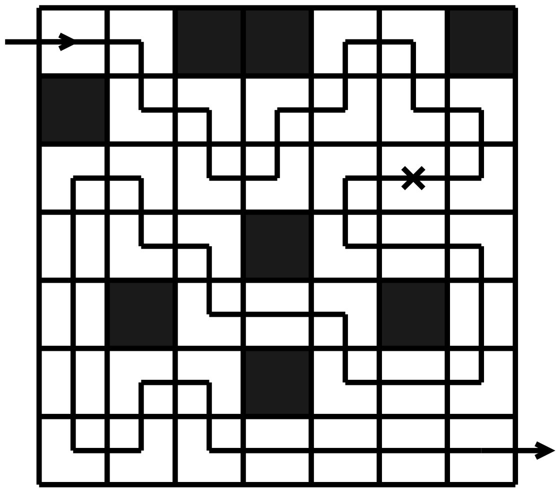
Megoldás: A nagy téglalap kerülete $2 \cdot (12 + 40) = 104$ centiméter, ezért a kis téglalapé 52 centiméter. A nagy területe $12 \cdot 40 = 480$ cm^2, ezért a kicsié 160 cm^2. Tehát ha centiméterben mérve a kis téglalap két oldalhossza a és b, akkor teljesül, hogy $a + b = 52/2 = 26$, és $a \cdot b = 160$. Könnyű meggondolni, hogy ennek az egyetlen megoldása $a = 10$, $b = 16$ vagy fordítva. Tehát az x-szel jelölt oldal csak 16 centiméteres lehet, mert a nagy téglalap rövidebbik oldala 12 cm, így az ezzel párhuzamos oldala a kis téglalapnak nem lehet 12 centiméternél hosszabb.

B8. Ádám füvet nyír az udvarában. Az udvart az ábrán látható 7 $\times$ 7-es táblázat ábrázolja. A fehér mezőkön kell lenyírni a füvet, a feketével jelölt mezőkön a rózsái nőnek, így azokat a helyeket elkerüli. A nyilak jelzik, hogy Ádám hol kezdi és hol fejezi be a fűnyírást. Annak érdekében, hogy minél gyorsabban végezzen, úgy akar végigmenni a kerten, hogy minden mezőben pontosan egyszer járjon. Hányadik lépésben nyírja le a füvet az x-szel jelölt mezőről? *Egy lépésben mindig egy mezőről nyírja le a füvet, majd aztán átmegy egy oldalszomszédos mezőre, és a következő lépésben ott folytatja a munkát.*





Megoldás: Végig lehet gondolni, hogy Ádám kizárólag az alábbi útvonalon mehet, ezért az x-szel jelölt mezőre a 14. lépésben ér.

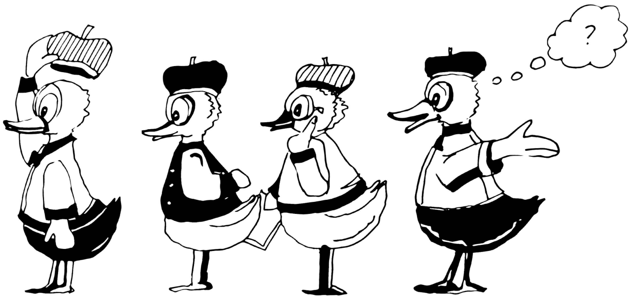


B9. Ádám, Benedek, Csongor, Dani és Hanga egy tornaversenyen vesznek részt. Mindenki egy gyakorlatot mutat be a fenti sorrendnek megfelelően. Miután egy versenyző bemutatja a gyakorlatát, a zsűri lepontozza azt. A verseny végén észrevették, hogy minden versenyző a saját gyakorlatának bemutatása után első vagy utolsó helyre került. Hányféle sorrendben végezhetett az öt versenyző a verseny végén? *A verseny végén nem volt a versenyzők közt holtverseny.*

Megoldás: Benedek szereplése után két sorrend lehetséges: Ádám-Benedek és Benedek-Ádám. Ezután minden versenyző megduplázza a lehetséges sorrendeket azzal, hogy a korábbi versenyzők elé, vagy mögé kerül a szereplése után. Benedek után 3 további versenyző szerepelt, ezért $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ különböző sorrendben végezhettek.

B10. Luca a jobb oldalon látható kockatornyot készítette 6 egyforma kiskockából. Hányféle sorrendben építhette meg a kockatornyot? *Az ábra oldalnézetből mutatja a tornyot. Luca a kockákat egyesével helyezte le.*

Megoldás: Hat darab kockát összesen $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ különböző módon lehet lerakni, ha nincs semmi egyéb feltétel. Viszont a kettő magas toronyban adott, hogy az alsót kell lerakni először, így azt 2 helyett csak egyféleképpen lehet felépíteni. Hasonlóan 3 kockát hatféle sorrendben lehet lerakni, de a három kocka magas torony ehelyett csak egyféleképpen építhető fel. Emiatt az összes esetet el kell osztani $2 \cdot 6$-tal, így összesen $\frac{720}{12} = 60$ különböző módon helyezhetjük le a kockákat.



B11. A Kacsaújváros-Kacsvárda vasútvonalon folyamatosan ingáznak a vonatok, a vonatok mindkét városból óránként indulnak. Tóni elindult Kacsaújvárosból, de rájött, hogy ottfelejtett valamit, ezért leszállt Kacsaegyházán, majd visszament a másik irányú vonattal. Hasonló történt Tóbiással is, aki Kacsvárdáról indult, majd Kacsaegyházán visszafordult, mert ő is ottfelejtett valamit. Az egyik utazás 100 percig, a másik 140 percig tartott. Hány perc alatt jut el egy vonat Kacsaújvárosból Kacsvárdára? *Mindketten az első visszafele menő vonatra szálltak fel Kacsaegyházán. Kacsaegyházán soha nem áll meg a két ellentétes irányú vonat egyszerre. A vonatok azonos sebességgel haladnak.*

Megoldás: Tojgli kacsa Kacsaegyházán ül a vasútállomáson, és figyeli a vonatokat, ő nem utazik sehova. Figyeljük meg, hogy ha Tojgli azt figyeli, hogy mennyit kell várni egy Kacsaújváros felől érkező és egy Kacsaegyházáról érkező vonat között, akkor ez az idő mindig ugyanannyi, mert mindkét irányból óránként indulnak a vonatok. Ugyanez igaz a másik irányban is.

Továbbá Tojgli azt veheti még észre, hogy két Kacsaújvárosból induló vonat érkezése között, ami egy óra, pontosan egy Kacsvárdáról érkező vonat jön Kacsaegyházára. Azaz ha Tojgli felírja, hogy mennyit várt egy Kacsaújvárosból érkező vonat után egy Kacsvárdáról érkezőre, és azt is, hogy mennyit kellett várnia egy Kacsvárdáról érkező vonat után egy Kacsaújvárosból érkezőre, akkor a két idő összege pontosan 60 perc.

Tóni egy Kacsaújvárosról érkező vonatról szállt le, és a másik irányúra fel, Tóbiás pedig egy Kacsvárdáról érkezőről szállt le, és az ellentétes irányba szállt fel, ezért az előző megfigyelések alapján ketten összesen egy órát vártak Kacsaegyházán.

A feladat szövegéből azt tudjuk, hogy a Kacsaújváros-Kacsaegyháza út oda-vissza összesen Tóni várakozásával együtt 100 perc, és a Kacsvárda-Kacsaegyháza út oda-vissza összesen Tóbiás várakozásával együtt 140 perc. Ha ezt mind összeadjuk, akkor azt kapjuk, hogy a Kacsaújváros-Kacsvárda út oda-vissza összeadva Tóni és Tóbiás várakozásával 240 perc. Mivel azt tudjuk, hogy Tóbiás és Tóni összesen 60 percet vártak, ezért a teljes út oda-vissza $240 - 60 = 180$ perc, azaz Kacsaújvárosból Kacsvárdára $\frac{180}{2} = 90$ perc alatt jut el egy vonat.

B12. Egy csomag 500 kalóriatartalmú diákcsemegének háromféle összetevője van: 51 szem földimogyoró, 33 szem mazsola és 16 darab kesudió. Hány kalóriát tartalmaz egy szem kesudió, ha egy szem kesudióban pontosan ugyanannyi kalória van, mint egy szem földimogyoróban és egy szem mazsolában összesen? *Az azonos típusú összetevőkből minden szem kalóriatartalma azonos pozitív egész szám.*

Megoldás: Mivel egy szem kesudióban ugyanannyi kalória van, mint egy szem földimogyoróban és egy szem mazsolában összesen, így ugyanúgy 500 kalória van 67 földimogyoróban és 49 mazsolában, mint a kiinduló összetételében a diákcsemegének, mivel a 16 kesudiót lecserélhetjük darabonként egy-egy földimogyoróra és mazsolára.

Elég megtudni, hogy a földimogyoróban és mazsolában mennyi kalória van szemenként. Ezek összegeként megkapjuk a kesudió kalóriatartalmát.

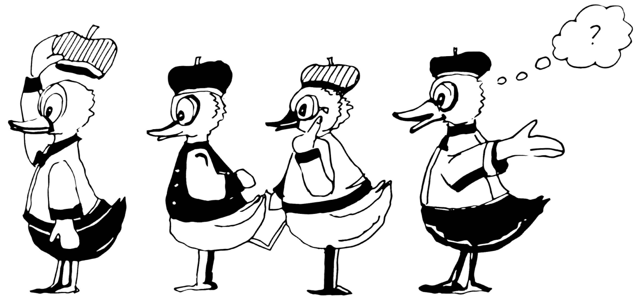
Tudjuk, hogy pozitív egész kalória van a földimogyoróban és a mazsolában is. Egy földimogyoró kalóriatartalma 1 és 7 között lehet, mivel $8 \cdot 67 = 536 > 500$, így ha legalább 8 kalória lenne, akkor már csak a 67 szem földimogyoró több, mint 500 kalória lenne.

Nézzük végig ezt a 7 esetet. Amennyiben 1 kalória van egy földimogyoróban, akkor egy mazsolában $(500 - 1 \cdot 67)/49$ kalória kell, hogy legyen. Ez nem egész, mivel a 433 nem osztható 49-cel, így nem 1 kalória van egy földimogyoróban.

Ugyanezzel a gondolatmenettel látható, hogy azt kell megvizsgálni, hogy hányszor kell levonni a 67-et az 500-ból, hogy 49-cel osztható számot kapjunk.

Az $500 - 2 \cdot 67 = 366$, $500 - 3 \cdot 67 = 299$, $500 - 4 \cdot 67 = 232$, $500 - 5 \cdot 67 = 165$ és $500 - 7 \cdot 67 = 31$ nem oszthatóak 49-cel, így 2, 3, 4, 5 vagy 7 kalória nem lehet egy földimogyoró.

Az egyetlen megmaradt lehetőség, az $500 - 6 \cdot 67 = 98$, ami tényleg osztható 49-cel, és $98 = 2 \cdot 49$, így az egyetlen lehetőség, hogy a földimogyoró darabja 6 kalóriát, a mazsoláé 2-t és a kesudióé pedig $6 + 2 = 8$ kalóriát tartalmaz, és ez tényleg egy megoldás. Így 8 kalóriát tartalmaz egy szem kesudió.



B13. 100 kaméleon ül sorban egy hosszú faágon, mindegyikük az ág két vége közül az egyik fele néz, és csak az arca előtt álló társát látja. Kezdetben minden kaméleonnak van egy színe, de valahányszor egy madár átrepül a fa felett, a kaméleonok mindegyike felveszi annak a kaméleonnak a színét, akit a madár érkezése előtt nézett. Miután 100 madár átrepült az ág felett, a 100 kaméleon összesen 37 színben pompázott. Legfeljebb hány kaméleon néz jobbra? *Ha az ág valamely végén olyan kaméleon ül, aki nem lát senkit, akkor az ő színe természetesen nem változik.*

Megoldás: Nézzük meg, mi történik két kaméleonnal, nevezzük őket Karolának és Kamillának, akik közvetlenül egymással szemben ülnek az ágon. Ha kezdetben mindketten egyszínűek, mondjuk kékek voltak, akkor egy madár átrepülése után is mindketten kékek maradnak, így ők ketten végig kékek lesznek. Ha Kamilla mögött közvetlenül ül még sorban néhány kaméleon, akik egy irányba néznek vele, akkor emiatt egy idő után ők is mind kékek lesznek, és hasonlóan a Karola mögött ülő, vele egyirányba nézők is végül kékek lesznek.

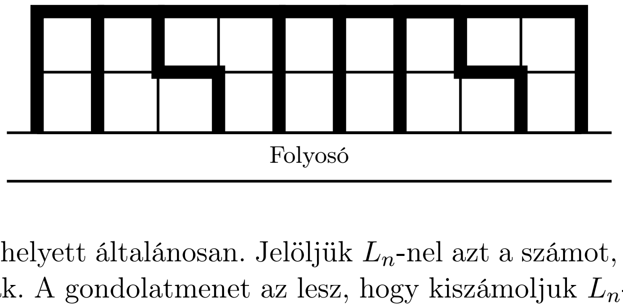
Ha kezdetben Karola piros volt, Kamilla kék, akkor egy madár átrepülése után Kamilla lesz piros, és Karola kék, majd a következő madárnál ez megint felcserélődik, és így tovább. Ha Kamilla mögött közvetlenül még ül néhány kaméleon, akik vele egyirányba néznek, akkor egy idő után ők is a piros és a kék között váltakoznak majd, és hasonlóan a Karola mögött ülők, akik Karolával egy irányba néznek.

Osszuk blokkokra a kaméleonokat: képzeletben húzzunk egy vonalat az egymás melletti, egymásnak háttal ülő kaméleonok közé. Ekkor minden blokk balról jobbra szemlélve úgy néz ki, hogy néhány jobbra néző kaméleon után következik néhány balra néző kaméleon, kivéve az ág két végén, ahol előfordulhat olyan blokk, melyben minden kaméleon az ág vége felé néz. Korábban már megállapítottuk, hogy sok madár elrepülése után egy adott blokk minden tagja olyan színű lesz, mint a blokk két, farkasszemet néző, (azaz egymás melletti, egymás felé néző) tagjának egyike. Az ág szélén lévő, kifelé néző kaméleonokból álló blokk minden tagja fel fogja venni az ág legszélén ülő kaméleon színét. Tehát a 100 madár átrepülése után minden blokk kaméleonjai vagy egy, vagy kétféle színben fognak pompázni.

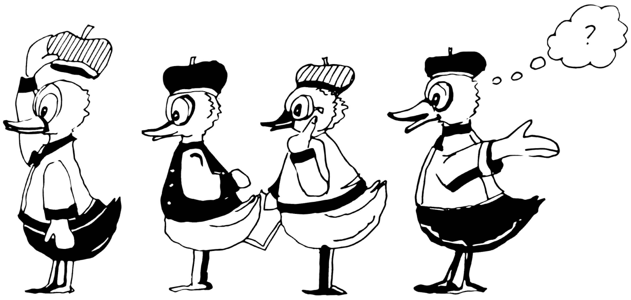
A 100 madár átrepülése után 37-féle színű kaméleon lesz, és minden blokk legfeljebb kétszínű, így legalább 19 blokkra van szükség. A jobb szélső blokk kivételével minden blokkban kell, hogy legyen balra néző kaméleon, így van legalább 18 balra néző kaméleon. Emiatt legfeljebb 82 kaméleon néz jobbra.

Ez pedig tényleg lehetséges. Balról jobbra legyen 18 olyan blokk, ami egy balra és egy jobbra néző kaméleonból áll, és az összes többi kaméleon nézzen jobbra. Ekkor tényleg 82 kaméleon néz jobbra, és ha kezdetben minden kaméleon különböző színű, akkor a korábbi megfigyelések alapján 100 madár átrepülése után az első 18 blokk mind kétszínű lesz, és az utolsó blokk egyszínű, ráadásul ezek a színek mind különbözőek lesznek, így ebben az esetben végül tényleg 37 színben fognak pompázni a kaméleonok.

B14. Egy ház alaprajza egy 2×9-es téglalap, ahol a négyzetek egy-egy szobát jelentenek. A téglalap egyik oldalán van a folyosó. A házat 2 és 3 szobás lakásokra szeretnék felosztani. A lakások szobáinak összefüggőnek kell lennie, és minden lakásból ki kell tudnunk jutni a folyosóra. Hányféle különböző felosztás lehetséges? *Az alábbi ábra egy lehetséges felosztását mutatja a szobáknak. Két felosztás különböző, ha van két szomszédos szoba, amik az egyik felosztásban egy lakáshoz tartoznak, a másikban pedig nem.*

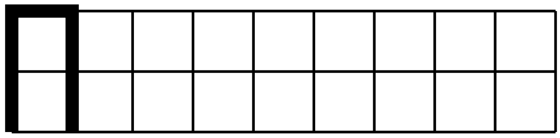


Megoldás: Oldjuk meg 9 helyett általánosan. Jelöljük L_n-nel azt a számot, ahányféle felosztása lehetséges a $2 \times n$-es téglalapnak. A gondolatmenet az lesz, hogy kiszámoljuk L_n-t, ha már tudunk minden kisebb k esetén L_k-t.

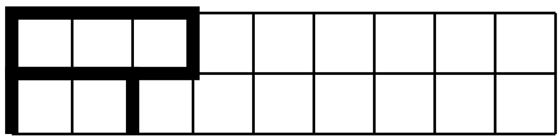


A fő ötlet az, hogy a $2 \times n$-es téglalap bal oldaláról indulva keressük azt az első függőleges kettő hosszúságú vonalat, ami teljes egészében egy lakásnak a jobb oldali fala. Aszerint fogunk eseteket vizsgálni, hogy a bal alsó szoba milyen alakú lakásban van.

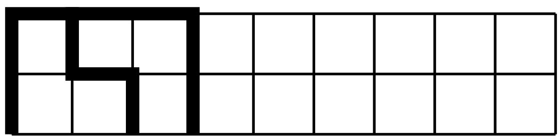
Az első eset az, hogy egy 2×1-es téglalappal indul a felosztás (lásd ábra). Ebben az esetben tehát a kitöltések száma annyi, mint a megmaradt $2 \times (n-1)$-es téglalap felosztásainak száma, vagyis L_{n-1}.



A második eset az, ha egy 1×2-es téglalap tartalmazza a bal alsó szobát (lásd ábra). Ekkor viszont a bal felső sarkot tartalmazó szoba már nem tud a folyosóhoz érni, vagyis ebben az esetben nincs megfelelő felosztás.

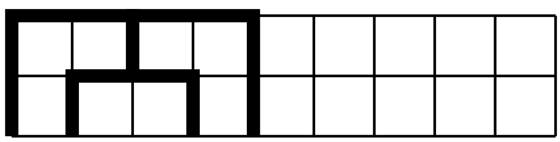


A harmadik eset az, hogy egy L-alakú, és ilyen irányban álló lakás tartalmazza a bal alsó szobát (lásd ábra). Ekkor az, hogy a második oszlop felső szobáját tartalmazó szoba hozzáérjen a folyosóhoz csak úgy lehetséges, ahogy az ábrán látszik. Így tehát ebben az esetben a felosztások száma a maradék $2 \times (n-3)$-as téglalap felosztásainak száma, vagyis L_{n-3}.

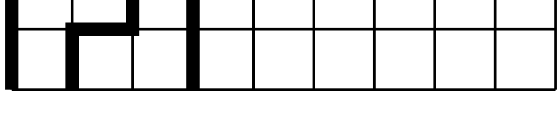


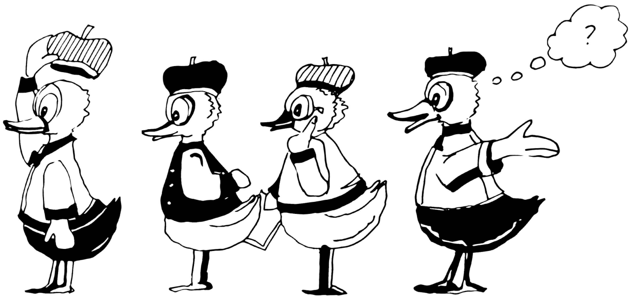
Az utolsó esetnek, hogy egy másik irányú L-alakú lakás tartalmazza a bal alsó szobát, két alesete van, lásd a lenti ábrákat.

Ha egy 2 szobás lakás tartalmazza a megmaradó szobát a második oszlopban, akkor az kénytelen egy 1×2-es téglalapnak lennie (lásd ábra). Ekkor viszont a harmadik oszlop felső mezőjét csak az ábrán látható módon tartalmazhatja egy szoba. Ekkor viszont az első 2 hosszú függőleges vonal a 2×4-es téglalap végén van, vagyis ebben az alesetben a felosztások száma a $2 \times (n-4)$-es téglalap felosztásainak száma, vagyis L_{n-4}.



A második alesetet a következő ábra mutatja. Ebben az alesetben a felosztások száma annyi, mint a $2 \times (n-3)$-as téglalap felosztásainak száma, vagyis L_{n-3}.





Összegezve az eseteket tehát azt kaptuk, hogy $L_n = L_{n-1} + 2 \cdot L_{n-3} + L_{n-4}$.

Könnyű számolással látható a fenti gondolatmenet alapján, hogy $L_1 = 1$, $L_2 = 1$, $L_3 = 3$ és $L_4 = 6$. Ezután az előbb belátott $L_n = L_{n-1} + 2 \cdot L_{n-3} + L_{n-4}$ képletet fogjuk használni minden lépésben. Így kapjuk tehát, hogy $L_5 = 6 + 2 \cdot 1 + 1 = 9$, $L_6 = 16$, $L_7 = 31$, $L_8 = 55$ és $L_9 = 96$. A feladat pedig ezt az értéket kérdezte, vagyis a válasz 96.

Megjegyzés: A fenti megoldásból látható, hogy a megoldások 2×1-es, kétféle 2×3-as és 2×4-es részekből állíthatóak össze. Ezek alapján esetszétválasztással is végig lehet számolni az eseteket.

B15. Anettnek van egy 1000 oldalas regénye, amit a nyári szünetben olvas el. Anett az alábbi elfoglaltságot találja ki: miután elolvasott egy oldalt, az oldal számát bekarikázza

- pirossal, ha 7-tel osztható,
- sárgával, ha tartalmaz 7-es számjegyet,
- zölddel, ha 11-gyel osztható,
- kékkel, ha tartalmaz 1-es számjegyet.

Ha több is teljesül a négy feltétel közül, akkor az összes megfelelő színnel bekarikázza a számot. Miután Anett elolvasta a könyvet, Andris felnyitotta valahol, és azt látta, hogy mindkét oldal sorszáma 3-3 színnel van bekarikázva. Mennyi ezen két oldalszám összege? *A könyvet kinyitva mindig bal oldalon találhatóak a páros, jobb oldalon a páratlan oldalszámok.*

Megoldás: Vegyük észre, hogy nem lehet egyszerre mindkettő sorszám pirossal bekarikázva, hiszen az azt jelentené, hogy két szomszédos szám is osztható 7-tel. Hasonló módon az sem lehetséges, hogy mindkét szám be van karaikázva zölddel, hiszen az azt jelentené, hogy két szomszédos szám is osztható 11-gyel. Amelyik oldalszám nincs bekarikázva sárgával, az be kell, hogy legyen karikázva minden más színnel, azaz szerepelnie kell benne az 1-es és a 7-es számjegyeknek, és 11-gyel oszthatónak kell lennie. Hasonló módon a másik oldalszámban is szerepel az 1-es és a 7-es számjegy és 7-tel osztható. Az 1-es és 7-es jegyek közül egyik sem szerepelhet csak egyes helyiértéken, hiszen akkor a másik oldalszámban, ami ettől eggyel tér el, a százas és a tízes helyiértéken ugyanaz a számjegy állna (mivel nem lehet tízes átlépés), viszont az egyes helyiértéken más, tehát abban már nem szerepelne az 1-es vagy a 7-es. Emiatt a keresett számokban a tízes és százas helyiértéken meg kell jelennie az 1-esnek és a 7-esnek is, tehát az oldalszámok vagy 170 és 180 között vannak, vagy 710 és 720 között.

170 és 180 között az egyetlen 11-gyel osztható szám a 176, ennek van héttel osztható szomszédja, mégpedig a 175. 710 és 720 között az egyetlen 11-gyel osztható szám a 715, ennek van héttel osztható szomszédja, mégpedig a 714.

A feladat szövege alapján viszont a bal oldalon vannak a könyvben a páros számok, azaz a két szám közül a páros a kisebbik. Emiatt a 175 és 176 már nem lehetett a két szám, tehát csak a 714 és a 715 lehetett, ezeknek pedig 1429 az összege.

B16. Van három nagy doboz kekszünk: egy csokis, egy mézes és egy epres ízesítésű, mindegyik doboz 20 darab kekszet tartalmaz. Kiveszünk belőlük összesen 8 darabot, és virágalakba rendezzük őket: egyet középre rakunk, a többit pedig köré körben. Hányféle virágot kaphatunk így, ha a forgatással egymásba vihetőeket nem tekintjük különbözőnek?

Megoldás: Elég megnézni, hogy a szélén hányféle kekszelrendezés van, mert a középső minden esetben háromféle lehet, így az csak egy hármas szorzót ad. Ha különbözőnek tekintjük az egymásba forgathatóakat, akkor 3^7 lerakás lehetne. Ha egy lerakás nem 7 egyforma kekszet tartalmaz, akkor a 7 lehetséges elforgatott verziója mind különböző. Összesen $3^7 - 3$ olyan lerakás van, ahol nem 7 egyforma keksz van lerakva. Ezeket 7-es csoportokba lehet osztani, az egy csoporton belül lévők egymásba forgathatóak, így nem különbözőek.

Az egyszínű lerakások mind különbözőek, ezért összesen $3 \cdot (\frac{3^7-3}{7} + 3) = 945$ különböző virág van.