kategória

D

9-12. osztályosok

XVI. DÜRER VERSENY

Helyi forduló: 2022. november 18.

MATEMATIKA
FELADATSOR

Rövid válaszos feladatok

Az 1-4. feladatok megoldását a Válaszlapon a feltüntetett helyekre írjátok, indokolni nem kell őket. Ezek a feladatok 6-6 pontot érnek, és részpontszám is szerezhető rájuk.

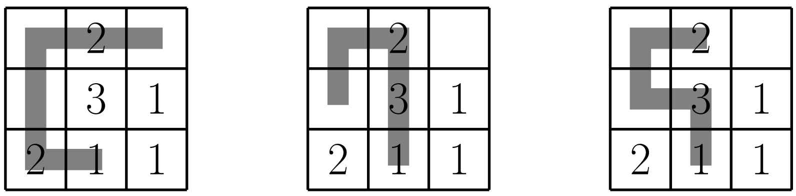
1. Egy ókori számológépen az alábbi 4 gomb található: $+3$, -3, $\cdot 3$, $/3$. A számológép kijelzőjén kezdetben a 21-es szám olvasható. Amikor megnyomunk egy gombot, akkor a számológép a kijelzőn látható számmal végrehajtja a kiválasztott műveletet, és a kijelzőn az eredményként kapott szám jelenik meg. Anna úgy nyomta meg egymás után a négy gombot (mindegyiket egyszer), hogy a lehető legnagyobb számot kapja, Béla pedig (szintén a 21-től indulva) úgy, hogy a lehető legkisebbet. Milyen számot kapott Anna és Béla?
Ha például a gombokat $+3$, -3, $/3$, $\cdot 3$ *sorrendben nyomjuk meg, akkor az eredmény* $(((21+3)-3)/3)\cdot 3 = 21$.

2. Thészeusz egy 4×4-es négyzetrács alakú labirintusban bolyong úgy, hogy mindig olyan mezőre lép, ami oldalszomszédos azzal, amin áll, de még nem járt rajta korábban. Miután befejezte a sétát, a labirintus térképén néhány mezőre ráírja, hogy annak hány oldalszomszédján járt. Olyan mezőkön is járhatott, amelyekre írt számot. Mi lehetett Thészeusz útvonalának a nyomvonala az alábbi jegyzet szerint? Minden lehetőséget rajzoljatok le a Válaszlapra! (A Válaszlapon több hely van, mint ahány útvonal.)

2			1
1		3	
	1	1	

Az alábbi ábrákon egy példát láthattok egy 3×3*-as jegyzet esetén a három lehetséges nyomvonalra.*

	2	
	3	1
2	1	1



3. A Dürer verseny szervezői 6 helyszínre utaznak el a helyi forduló lebonyolításához. Ezen a versenyen összesen 62 csapat indul, és minden csapatnak pontosan 6 lapra van szüksége. A papírokat a szervezők 50-es csomagokban tárolják, és minden helyszínre csak bontatlan csomagokat tudnak vinni. Helyszínenként csak annyi csomag papírt visznek, ami már elég az ott részt vevő csapatoknak. Legfeljebb hány csomag papírra lehet szüksége a szervezőknek a helyi fordulónál? Keressétek meg az összes lehetőséget arra, hogy a csomagok maximális száma esetén melyik helyszínen hány csapat versenyezhet! A 6 helyszínen a csapatok számát csökkenő sorrendben adjátok meg. (A Válaszlapon több hely van, mint ahány helyes válasz.)
Ha például a helyszíneken 11, 2, 25, 9, 11 *és* 4 *csapat versenyez, akkor a Válaszlapon a táblázat egy oszlopába a* $25, 11, 11, 9, 4, 2$ *számsorozatot írjátok.*

4. Thészeusz legutóbbi kalandja után most egy 5×5-ös labirintus bal felső mezőjében találja magát. A jobb alsó mezőbe akar eljutni úgy, hogy minden lépése során egy olyan oldalszomszédos mezőbe léphet, melyben a szám osztója, vagy többszöröse a jelenlegi mezőjében lévő számnak. Keressétek meg az összes olyan utat, amelyben Thészeusz nem jár kétszer ugyanazon a mezőn! (A Válaszlapon több hely van, mint ahány lehetséges út.)

1	33	66	9	48
2	3	9	63	21
2	6	21	7	3
32	48	84	28	21
8	16	80	40	1

Kifejtős feladatok

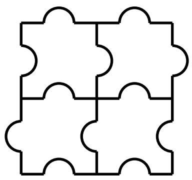
Az 5-7. feladatok megoldását külön-külön lapra írjátok, részletesen indokolva a megoldás menetét. Minden lapon szerepeljen a ***csapatnév****, a* ***kategória*** *és* ***a feladat sorszáma****. Ezek a feladatok 12-12 pontot érnek.*

5. Egy táblázatot szeretnénk puzzle darabokból készíteni úgy, hogy sehol sem lóg egymásra két darab, és nincs rés semelyik két darab közt. Hányféleképpen lehet ezt megtenni, ha csak olyan puzzle darabokat használhatunk, amiken két szomszédos oldalon lyuk, a másik két oldalon pedig bütyök van, amennyiben a táblázat

a) 1×4-es?

b) 4×5-ös?

A puzzle darabok mind ugyanúgy néznek ki, és minden darabnak csak az egyik lapja nézhet felfelé. Két kirakás akkor egyezik meg, ha forgatás nélkül le tudják fedni egymást. A táblázat szélén maradhat lyuk vagy bütyök. Az egyetlen feltétel az, hogy két, éllel érintkező darabnál a közös élen az egyiknek bütyke legyen, a másiknak lyuka. Az ábrán egy példa látható egy 2×2-es táblázatra.



6. Legyen $ABCDE$ szabályos ötszög. Szerkesszük meg az A középpontú, AB sugarú és a B középpontú, szintén AB sugarú kört. Legyen F a két kör azon metszéspontja, ami az ötszög belsejében található. Legyen G az EF és az AD egyenesek metszéspontja. Hány fokos az AGE szög?

7. Egy 100 fős görög faluban eredetileg 12 főisten és 88 ember lakott, ők az első generáció. A főistenek 100%-ban, az emberek 0%-ban istenek. Minden generációban 50 pár alakult úgy, hogy mindenkinek pontosan egy párja volt. Minden párnak lett 2 gyereke, ők alkotják a következő, szintén 100 tagból álló generációt. Minden leszármazott istenségi százaléka a két szülője istenségi százalékainak az átlaga. (Például egy 25%-ban isten és egy 12,5%-ban isten gyerekei 18,75%-ban istenek.)

a) Melyik az a legkorábbi generáció, amiben előfordulhat az, hogy ugyanannyi 100%-ban isten van, mint ahány 0%-ban isten?

b) Legfeljebb hány olyan tagja lehet az 5. generációnak, aki legalább 25%-ban isten?

A versenyen összesen 60 pont szerezhető, és a feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!

A XVI. Dürer Verseny szervezői