

kategória

E

9-12.
osztályosok



XVI. DÜRER VERSENY

Helyi forduló:
2022. november 18.



MATEMATIKA
FELADATSOR

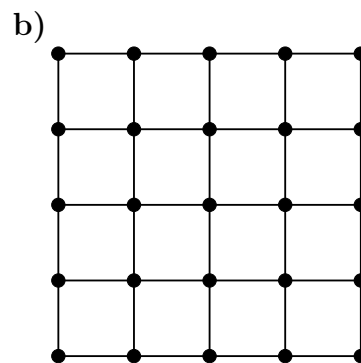
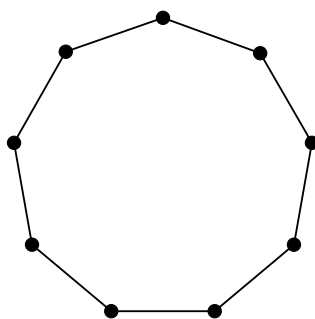
1. Egy társaság egy szobában az alábbi játékot játssza: 00-tól 99-ig mondják sorban a számokat, felváltva mindenki egyet, ám minden szám helyett csak az egyik számjegyét mondják. (A számok sorban 00, 01, 02, ..., vagyis az egyjegyű számokra is kétjegyűként tekintenek, aminek az első jegye 0.) Tehát például kezdődhet így a számolás: 0, 1, 2, 0, 4, 0, 6, 7, 8, 9, 1, 1, 2, 1, 1, 5, 6, 1, 8, 1, 0, 2, stb. Ha elérik a 99-et, akkor utána az elejéről, 00-tól folytatják tovább. Peti egy ponton belépett a szobába, és egy ideig hallgatta, hogy milyen számjegyeket sorolnak. Rövid gondolkodás után rájött, hogy hol tartanak a számolásban. Legkevesebb hány számjegyet hallott Peti?

2. Egy 100 fős görög faluban eredetileg 12 főisten és 88 ember lakott, ők az első generáció. A főistenek 100%-ban, az emberek 0%-ban istenek. Minden generációban 50 pár alakult úgy, hogy mindenkinek pontosan egy párja volt. Minden párnak lett 2 gyereke, ők alkotják a következő, szintén 100 tagból álló generációt. Minden leszármazott istenségi százaléka a két szülője istenségi százalékainak az átlaga. (Például egy 25%-ban isten és egy 12,5%-ban isten gyerekei 18,75%-ban istenek.)

a) Melyik az a legkorábbi generáció, amiben előfordulhat az, hogy ugyanannyi 100%-ban isten van, mint ahány 0%-ban isten?

b) Legfeljebb hány olyan tagja lehet az 5. generációnak, aki legalább 25%-ban isten?

3. Pitagorasz rajzolt néhány pontot a síkra, és ezek közül néhány párt összekötött egy szakasszal. Ezek után Tortillagorasz minden pont mellé akar írni egy pozitív egész számot úgy, hogy két leírt szám közül pontosan akkor osztja az egyik a másikat, ha olyan pontok mellé írta őket, amiket Pitagorasz összekötött. Meg tudja-e ezt tenni Tortillagorasz az alábbi rajzok esetében?



A b) részben az egy sorban vagy oszlopban lévő, de nem szomszédos csúcsok nincsenek összekötve.

4. Adott az O középpontú k kör, melynek AB egy átmérője. Legyen C tetszőleges pont a k körön, mely különböző A -tól és B -től. Jelölje D azt a pontot, melyre O , B , D , és C egy paralelogramma négy csúcsa ilyen sorrendben. Legyen a BD egyenes és k metszéspontja E , illetve az OAC háromszög magasságpontja F . Bizonyítsátok be, hogy O , D , E , C és F pontok mind egy körre illeszkednek.

5. Legyen $n \geq 3$ egy egész szám. Zsófi gondolt n darab különböző valós számra, majd leírta azokat a számokat, amelyeket elő tudott állítani két különböző gondolt szám szorzataként. Legfeljebb hány különböző pozitív prímszám lehet a leírt számok között (n -től függően)?

Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amin szerepeljen a csapat neve, kategóriája és a feladat száma. Minden helyes és megfelelően indokolt feladatmegoldás 12 pontot ér. Összesen 60 pont szerezhető. A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!

A XVI. Dürer Verseny szervezői