

kategória



9-10.  
osztályosok



## XVI. DÜRER VERSENY

Döntő:  
2023. február 10-12.



MATEMATIKA  
KIFEJTŐS  
FELADATSOR

1. a) Hat félisten részt vett egy színházfesztiválon. Minden este több előadást is játszottak, és mindenki beült valamelyik előadásra. Esténként minden előadás egyszerre zajlott. Lehetséges-e, hogy bármely két félisten pontosan egyszer nézett meg előadást közösen, ha minden este páros sok előadás volt, amit legalább egy félisten látott?

b) Lehetséges-e hét félisten esetén?

c) Lehetséges-e nyolc félisten esetén?

2. Kartal kitöltött egy  $5 \times 5$ -ös táblázatot pozitív egész számokkal. Ezek után Benedek minden sor és minden oszlop végére odaírja az ott szereplő számok összegét. Végül Andris leírja, hogy a Benedek által írt számok közül hány darab páros. Mi lehet az Andris által leírt szám?

3. Az  $ABC$  egyenlő szárú háromszögben a  $BC$  alap 1 cm, az  $AB$  és az  $AC$  szárak 2 cm hosszúak. Legyen az  $AB$  szakasz felezőpontja  $F$ , az  $AC$  szakasz felezőpontja pedig  $G$ . Legyen  $k$  az a kör, ami érinti az  $AB$  oldalt az  $F$ , valamint az  $AC$  oldalt a  $G$  pontban. Igazoljátok, hogy a  $CF$  és  $BG$  egyenesek metszéspontja a  $k$  körre esik.

4. Amikor Andris belépett a terembe, a táblán a 3 és a 24 számok szerepeltek. Egy lépésben, ha a táblán szerepelnek a (nem feltétlenül különböző)  $k$  és  $n$  számok, akkor Andris a  $kn + k + n$  számot is felírhatja.

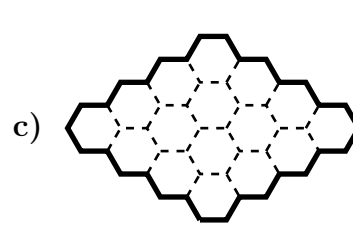
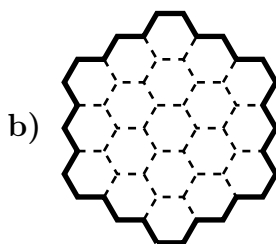
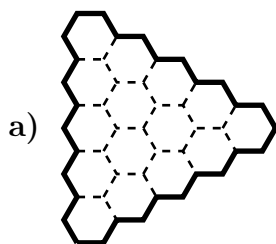
a) Elérheti-e Andris, hogy néhány lépés után a 9999999 szerepeljen a táblán?

b) Mi a helyzet, ha a 99999999-et akarja elérni?

c) Na és ha a 48999999-et?

5. Jóska a lenti ábrákon látható alakzatokat szeretné teljesen feketére változtatni. Egy lépésben a jobb oldalon látható három darab kis hatszögből álló alakzatot helyezheti bárhova, és ekkor az ott lévő mezők színe megváltozik (fehérről feketére vagy feketéről fehérre). Mely ábrák esetében tudja Jóska megvalósítani a célját néhány ilyen lépés segítségével?

*A használható darabkát forgathatjuk is, de minden esetben pontosan három teljes hatszöget kell fednie, amikor Jóska lerakja.*



6. **Játék:** Adott egy  $3 \times 3$ -as táblázat. Egy lépésben a soron következő játékos beír egy üres mezőbe egy 1-es, 2-es vagy 3-as számjegyet úgy, hogy ne keletkezzen olyan sor vagy oszlop, amiben van két azonos szám. A kezdő játékos akkor nyer, ha mind a 9 mezőbe kerül szám, míg a második akkor nyer, ha valakinek a köre előtt még van üres mező, de már nem tud szabályosan lépni.

*Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el, hogy a kezdő vagy a második játékos bőrébe szeretnétek bújni.*

*Mindegyik megoldást külön lapra írájátok, amelyen szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat sorszáma. Mindegyik feladat olvasható és megfelelően indokolt megoldása 12 pontot ér. Feladatonként legfeljebb 2 extra pont is szerezhető lényegesen különböző második megoldással vagy általánosítással.*

*A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!*