



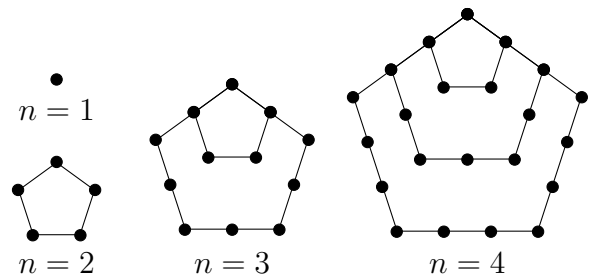
1. Adjátok meg az összes olyan 1-nél nagyobb egész számot, aminek pontosan eggyel kevesebb osztója van, mint a tőle különböző osztóinak összesen!

*Például a 6 a négy darab osztójával egy ilyen szám, mivel a 2-nek és 3-nak két darab, míg az 1-nek egy darab osztója van.*

2. Legyen  $ABCD$  egy szimmetrikus trapéz, aminek az  $AD$  alapja 11 cm hosszú, míg a másik három oldala 5 cm hosszú. Legyen a  $C$ -ből a  $BD$  átlóra állított, és a  $B$ -ből az  $AC$  átlóra állított merőleges egyenesek metszéspontja  $E$ . Határozzátok meg az  $E$  pont távolságát az  $AD$  egyenestől!

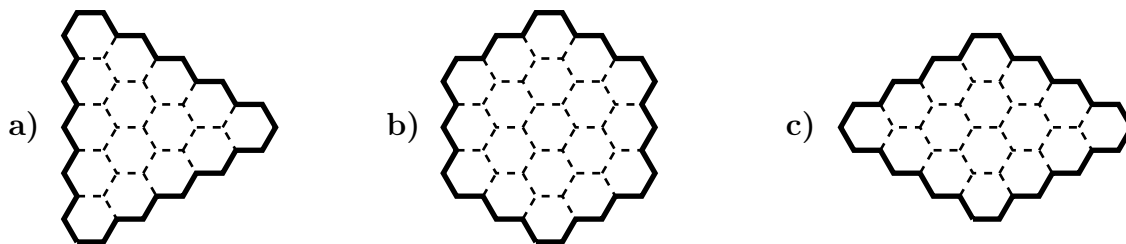
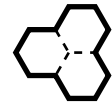
3. Bizonyítsátok be, hogy végtelen sok ötszög-szám létezik, ami előáll két másik (nem feltétlenül különböző) ötszög-szám összegeként!

*Az első ötszögszám az 1. Az  $n$ -edik ötszögszám ( $n \geq 2$ -re) a közös csúcsból, azonos irányba rajzolt,  $1 \leq k \leq n - 1$  cm oldalhosszúságú összes szabályos ötszög csúcsai és oldal- $k$ -adoló pontjai közül a különböző pontok száma. Az első négy ötszögszám az 1, 5, 12 és 22, lásd ábra.*



4. Jóska a lenti ábrákon látható alakzatokat szeretné teljesen feketére változtatni. Egy lépésben a jobb oldalon látható három darab kis hatszögből álló alakzatot helyezheti bárhova, és ekkor az ott lévő mezők színe megváltozik (fehérről feketére vagy feketéről fehérre). Mely ábrák esetében tudja Jóska megvalósítani a célját néhány ilyen lépés segítségével?

*A használható darabkát forgathatjuk is, de minden esetben pontosan három teljes hatszöget kell fednie, amikor Jóska lerakja.*



5. Hanga, a hangya, egy 1 cm oldalhosszúságú négyzetrács egyik rácspontjában áll, és az egyik rácsvonal irányába néz. Fordul  $15^\circ$ -ot balra, majd elindul egyenesen amerre néz. Ezután akárhányszor metsz egy rácsvonalat (vagy rácspontot), fordul  $30^\circ$ -ot balra, majd egyenesen folytatja az útját. Milyen messze lesz a kiindulási ponttól a tizedik  $30^\circ$ -os forduló pillanatában?

6. **Játék:** Adott két kupac korong. Egy lépésben az éppen soron következő játékos az egyik kupachoz hozzáad néhány korongot (legalább egyet), és a másiktól elvesz kétszer annyit. Az veszít, aki nem tud a szabályoknak megfelelően lépni.

*Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! A két kupac méretének ismeretében ti dönthetitek el, hogy a kezdő vagy a második játékos bőrébe szeretnétek bújni.*

*Mindegyik megoldást külön lapra írájátok, amelyen szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat sorszáma. Mindegyik feladat olvasható és megfelelően indokolt megoldása 12 pontot ér. Feladatonként legfeljebb 2 extra pont is szerezhető lényegesen különböző második megoldással vagy általánosítással.*

*A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!*