

kategória

D

9-12.
osztályosok



XVI. DÜRER VERSENY

Döntő:
2023. február 10-12.



MATEMATIKA
VÁLTÓ
FELADATSOR

D-1. Reggel Benedek s Bence megevett egy rekesz egrest. Eme egreszek negyedét ette meg Bence, felét s még hetet Benedek. Mely egész szem egres lehetett e rekeszben?

(3 pont)

D-2. A számok használatának szigorításáról tárgyal négy, a matematikát nem kedvelő maja isten. Chaac ki nem állhatja a prímeket, így ő betiltaná a prímszámok használatát. Itzamna azokat a számokat nem szereti, amik felírhatók két páros szám szorzataként. Pawahtun a hárommal oszthatóakat tiltaná be. Yum Kaax pedig azon számokat nem szereti, amik felírhatók két különböző pozitív prímszám összegeként. Hány számot lehetne használni az 1, 2, ..., 20 számok közül, ha mind a négy tiltás érvénybe lépne?

(3 pont)

D-3. Öt barát, Lili, Dalma, Eszti, Balázs és Áron, magassági sorrendbe állnak. A magasságaik csökkenő sorrendben 173 cm, 171 cm, 166 cm, 165 cm és 162 cm. Mindenki a nála alacsonyabbakat és a saját szomszédait látja. Tudjuk, hogy:

- Áronnak csak egy szomszédja van.
- Balázs csak lányokat lát.
- Eszti a legmagasabb lány.
- Lili nem látja Dalmát.

Hány centiméter különbség van Lili és Dalma magassága között?

(3 pont)

D-4. Odüsszeusz szeretne bepakolni 7 ládát a hajója 4 tárolójába, melyek 1-től 4-ig vannak számozva. Ahhoz, hogy a hajó súlyeloszlása jó legyen, a 2-es tárolóba legalább annyi ládának kell kerülnie, mint az 1-esbe, és a 3-as tárolóba legalább annyinak, mint a 4-esbe. Hányféleképpen tudja elhelyezni a ládákat, ha minden tárolóba legalább egyet tesz? *A ládák nincsenek megkülönböztetve, és egy tárolóba akármennyi láda belefér.*

(3 pont)

D-5. Melyik a legnagyobb olyan négyjegyű szám, mely osztható mind a négy számjegyével, és számjegyei mind különbözőek?

(4 pont)

D-6. Az $ABCD$ konvex négyszög AB oldala 18 cm hosszú. Az ABC és ABD háromszögek területe 63 cm^2 , a BCD háromszög területe pedig 42 cm^2 . Hány centiméter hosszú a CD oldal? (4 pont)

D-7. Eldorádóban egy év 20 hónapból és minden hónap 20 napból áll. Egy nap Brigi megkérdezte az Eldorádóban lakó Adélt, hogy mikor van a születésnapja. Adél azt felelte, hogy csak azt árulja el, hogy a születésnapjában mennyi a hónap és a nap számának a szorzata (például ha a 4. hónap 19. napján született, akkor $4 \cdot 19 = 76$ -ot mondott). Ebből Brigi már meg tudta határozni, hogy mikor van Adél születésnapja. Ezen információk alapján hány olyan napja van az évnek, amelyen Adél születhetett? (4 pont)

kategória

D

9-12.
osztályosok



XVI. DÜRER VERSENY

Döntő:
2023. február 10-12.

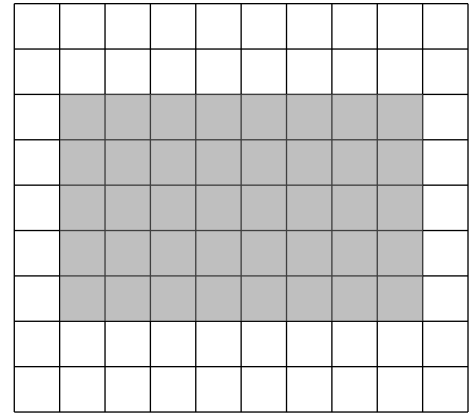


MATEMATIKA
VÁLTÓ
FELADATSOR

D-8. Adott az ABC háromszög és két kör (k_1 és k_2) úgy, hogy a k_1 kör átmérője AB és a k_2 kör átmérője AC . Legyen a BC szakasz és a k_1 kör B -től különböző metszéspontja P , valamint a BC szakasz és a k_2 kör C -től különböző metszéspontja Q . Tudjuk, hogy $AB = 3003$, $AC = 4004$ és $BC = 5005$. Mennyi a P és Q pontok távolsága? (4 pont)

D-9. Egy polisz 90 db négyzet alapú házból áll (lásd az alábbi térképet). A polisznak két része van: a szürke rész a belváros, mely 40 házból áll, a maradék rész pedig a külváros, mely 50-ból. A várost 30 db, három házból álló összefüggő körzetre osztják. Minden körzetnek lesz egy képviselője, azon részből, amelyhez a benne lévő házak többsége tartozik. Mi a belvárosi képviselők lehető legnagyobb száma? *Egy három házból álló körzet akkor összefüggő, ha van olyan ház a három közül, melynek mindkét másikkal van közös oldala.*

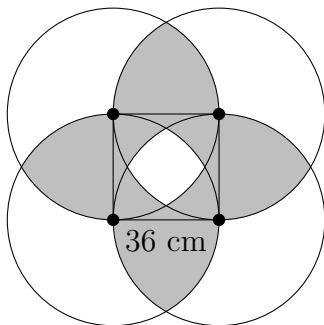
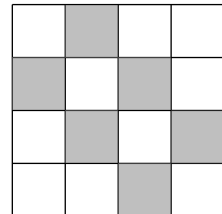
(5 pont)



D-10. Egy téglalap köréírt körének sugara 7 cm, területe pedig 64 cm^2 . Hány centiméter a téglalap kerülete? (5 pont)

D-11. Zoli az alábbi 4×4 -es táblázatot szeretné kitölteni az 1, 2, 3 és 4 számjegyekkel úgy, hogy minden sorban, oszlopban, valamint a bal felső mezőtől a jobb alsóig haladó átlóban minden számjegy pontosan egyszer szerepeljen. Legfeljebb mennyi lehet a hat szürke mezőbe írt szám összege?

(5 pont)



D-12. Arkhimédész rajzolt a homokba egy 36 cm oldalú négyzetet, majd annak minden csúcsa köré egy 36 cm sugarú kört is. Ha a szürke részek összterülete $n \cdot \pi \text{ cm}^2$, mennyi n értéke?

Ne zavarj a köreimet!

(5 pont)

kategória

D

9-12.
osztályosok



XVI. DÜRER VERSENY

Döntő:
2023. február 10-12.



MATEMATIKA
VÁLTÓ
FELADATSOR

D-13. A *bináris sudoku* egy olyan rejtvény, amiben úgy kell kitölteni egy táblázatot 0 és 1 számjegyekkel, hogy minden sorban és minden oszlopban ugyanannyi 0 legyen, mint 1, és ne legyen három cella egymás mellett egy sorban vagy egy oszlopban, melyben ugyanaz a számjegy szerepel. Az alábbi bináris sudoku feladványt megoldva mi lesz a két átlóban szereplő számjegyek összege?

(6 pont)

						1
			0			1 1
	1					
1				0		1
				0 0		
						0
			0			
				1	0	

D-14. Mnemoszüné az egyik nap úgy döntött, hogy kiszínezi az összes természetes számot növekvő sorrendben. A 0-t, az 1-et és a 2-t barnára színezte, a kedvenc számát, a 3-at viszont arany színűre. Innentől minden olyan számot, amiben (tíz-es számrendszerben) a számjegyek összege egy nála kisebb arany színű szám, arany színűre színezett, a többi barnára. Hány négyjegyű számot színezett arany színűre Mnemoszüné?

(6 pont)

D-15. Minosz király a 3 fia között a téglalap alakú, Kréta nevű szigetét a következőképpen osztotta fel: felhúzatott egy falat a sziget egyik átlójában, és a sziget egyik felét odaadta a legnagyobb fiának. Majd a maradék háromszög alakú területen a fal nélküli csúcsból építtetett egy merőleges falat a másik falra. Az így kapott két területből a nagyobbat a középső, a kisebbet a legkisebb fia kapta. Mindhárom fiú a saját területére megépíttette a lehető legnagyobb alapterületű négyzet alakú palotát. Hányszor nagyobb a legnagyobb fiú palotájának a területe a legkisebb fiúénál, ha a sziget oldalai 30 m és 210 m hosszúak?

(6 pont)

D-16. Csongi vett egy 12 oldalú konvex sokszög alapú pizzát, melynek belsejében nincs olyan pont, amin 3 átló menne át. Áron fel szeretné vágni a pizzát 3 átló mentén úgy, hogy pontosan 6 pizzadarab keletkezzen. Hányféle módon teheti ezt meg? *Két felvágási mód különböző, ha valamelyikben van olyan vágásvonal, ami a másikban nincs.*

(6 pont)