

kategória
E+
9-12.
osztályosok



XVI. DÜRRER VERSENY

Döntő:
2023. február 10-12.

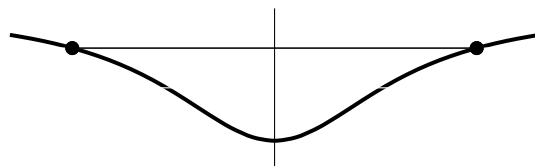
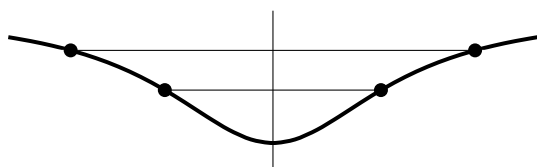


MATEMATIKA
VÁLTÓ
FELADATSOR

E⁺-1. Nüxnek három moira lánya van, akiknek az életkora három különböző prímszám, és ezek négyzetösszege is prímszám. Hány éves a legfiatalabb moira? (3 pont)

E⁺-2. Egy téglalap köréírt körének sugara 7 cm, területe pedig 64 cm^2 . Hány centiméter a téglalap kerülete? (3 pont)

E⁺-3. Hápi, a Nílus éves áradásának istene épp készül az idei áradásra. A Nílus medrének alakját az $y = \frac{-1000}{x^2+100}$ függvény írja le, ahol az x és y koordináták méterben értendők. A folyó vízmélysége jelenleg 5 méter, és Hápi 3 méterrel tervezi megnövelni a vízszintet. Hány méter széles lesz a folyó az áradás után? *A folyó mélységét mindig a meder legmélyebb pontjánál mérjük.*



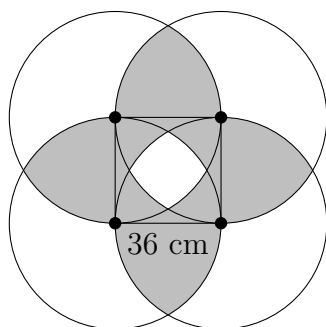
(3 pont)

E⁺-4. Eldorádóban egy év 20 hónapból és minden hónap 20 napból áll. Egy nap Brigi megkérdezte az Eldorádóban lakó Adélt, hogy mikor van a születésnapja. Adél azt felelte, hogy csak azt árulja el, hogy a születésnapjában mennyi a hónap és a nap számának a szorzata (például ha a 4. hónap 19. napján született, akkor $4 \cdot 19 = 76$ -ot mondott). Ebből Brigi már meg tudta határozni, hogy mikor van Adél születésnapja. Ezen információk alapján hány olyan napja van az évnek, amelyen Adél születhetett? (3 pont)

E⁺-5. Minósz király a 3 fia között a téglalap alakú, Kréta nevű szigetét a következőképpen osztotta fel: felhúzatott egy falat a sziget egyik átlójában, és a sziget egyik felét odaadta a legnagyobb fiának. Majd a maradék háromszög alakú területen a fal nélküli csúcsból építtetett egy merőleges falat a másik falra. Az így kapott két területből a nagyobbat a középső, a kisebbet a legkisebb fia kapta. Mindhárom fiú a saját területére megépíttette a lehető legnagyobb alapterületű négyzet alakú



palotát. Hányszor nagyobb a legnagyobb fiú palotájának a területe a legkisebb fiúénál, ha a sziget oldalai 30 m és 210 m hosszúak? (4 pont)



E⁺-6. Arkhimédész rajzolt a homokba egy 36 cm oldalú négyzetet, majd annak minden csúcsa köré egy 36 cm sugarú kört is. Ha a szürke részek összterülete $n \cdot \pi \text{ cm}^2$, mennyi n értéke?

Ne zavarod a köreimet!

(4 pont)

E⁺-7. Mnemoszüné az egyik nap úgy döntött, hogy kiszínezi az összes természetes számot növekvő sorrendben. A 0-t, az 1-et és a 2-t barnára színezte, a kedvenc számát, a 3-at viszont arany színűre. Innentől minden olyan számot, amiben (tíz-es számrendszerben) a számjegyek összege egy nála kisebb arany színű szám, arany színűre színezett, a többi barnára. Hány négyjegyű számot színezett arany színűre Mnemoszüné? (4 pont)

E⁺-8. Zoli az alábbi 4×4 -es táblázatot szeretné kitölteni az 1, 2, 3 és 4 számjegyekkel úgy, hogy minden sorban, oszlopban, valamint a bal felső mezőtől a jobb alsóig haladó átlóban minden számjegy pontosan egyszer szerepeljen. Legfeljebb mennyi lehet a hat szürke mezőbe írt szám összege?

(4 pont)

						1
		0			1	1
	1					
1			0			1
			0	0		
					0	
		0				
			1	0		

E⁺-9. A *bináris sudoku* egy olyan rejtély, amiben úgy kell kitölteni egy táblázatot 0 és 1 számjegyekkel, hogy minden sorban és minden oszlopban ugyanannyi 0 legyen, mint 1, és ne legyen három cella egymás mellett egy sorban vagy egy oszlopban, melyben ugyanaz a számjegy szerepel. Az alábbi bináris sudoku feladványt megoldva mi lesz a két átlóban szereplő számjegyek összege?

(5 pont)

E⁺-10. Marvin nagyon szereti a palacsintát, ezért megkéri a nagymamáját, hogy időnként készítson neki. Nagymama a palacsintákat 32 darabos adagokban küldi. Marvin amikor megkívánja a palacsintát, megeszi a nála lévő palacsinták felét. A mai ebédre Marvin 157 palacsintát evett meg. Legalább hány alkalommal küldött eddig nagymama palacsintát Marvinnak? *Marvin egy alkalommal nem feltétlenül egész mennyiségű palacsintát eszik és egy nap legfeljebb egyszer kívánja meg a palacsintát.* (5 pont)

E⁺-11. Egy ország 2023 városa közt repülőjáratok vannak. Minden repülőjárat két várost köt össze, mindkét irányban. Tudjuk, hogy bármely városból el lehet jutni bármelyik másikba ezekkel a

kategória
E+
9-12.
osztályosok



XVI. DÜRER VERSENY

Döntő:
2023. február 10-12.



MATEMATIKA
VÁLTÓ
FELADATSOR

repülőjáratokkal, valamint minden városból legfeljebb 4 másik városba indul repülőjárat. Legfeljebb hány olyan város lehet az országban, ahonnan csak 1 városba van repülőjárat? (5 pont)

E⁺-12. Zeusz villámát egy 60 egység hosszú rézrúdból készítik úgy, hogy 4-szer meghajlítják váltakozó irányban olyan módon, hogy két szomszédos rész által bezárt szög mindig 60° legyen. Az így kovácsolt villámnak legkevesebb mennyi lesz a két végpontjának a távolságának a négyzete? *A villám mind az öt szakasza azonos síkban van.*

(5 pont)



E⁺-13. Csongi vett egy 12 oldalú konvex sokszög alapú pizzát, melynek belsejében nincs olyan pont, amin 3 átló menne át. Áron fel szeretné vágni a pizzát 3 átló mentén úgy, hogy pontosan 6 pizzadarab keletkezzen. Hányféle módon teheti ezt meg? *Két felvágási mód különböző, ha valamelyikben van olyan vágásvonal, ami a másikban nincs.*

(6 pont)

E⁺-14. A Dürer döntő eredményhirdetésén a terem kihangosításához négy hangszórót szeretnének használni. Azonban a falban csak két konnektor van, amiből jön áram. A probléma megoldásához Ádám szerzett két hosszabbítót és két elosztót. A hosszabbítókba 1-1, az elosztókba 2-2 dugaszt lehet bedugni. Gábor az eredményhirdetés előtti sietségben gyorsan bedugja a 8 dugaszt a 8 lyukba. A bedugások minden lehetséges módjának ugyanakkora az esélye, az is lehetséges, hogy Gábor valamit önmagába dug be. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az eredményhirdetésen mind a 4 hangszóró szólni fog? *A megoldáshoz az egyszerűsített alakban a számláló és a nevező összegét adjátok meg. Egy hangszóró akkor szól, ha közvetlenül vagy közvetetten be van dugva a falba.*

(6 pont)

E⁺-15. Melyik az a legnagyobb pozitív egész szám, mely mindenképpen osztja $p^4 - q^4$ -t, ahol p és q 10-nél nagyobb prímszámok? (6 pont)

E⁺-16. Mennyi a $2025^{(2024^{(2022^{(2021^{(2020^{\dots^{(2^1)\dots}})})})})})}$ értékének 2023-as maradéka? *A $^$ jel a hatványozást jelenti, például $2^{(3^2)} = 2^9 = 512$. A hatványtoronyban 2025-től 1-ig szerepelnek az egész számok, melyek közül csak a 2023 marad ki.* (6 pont)