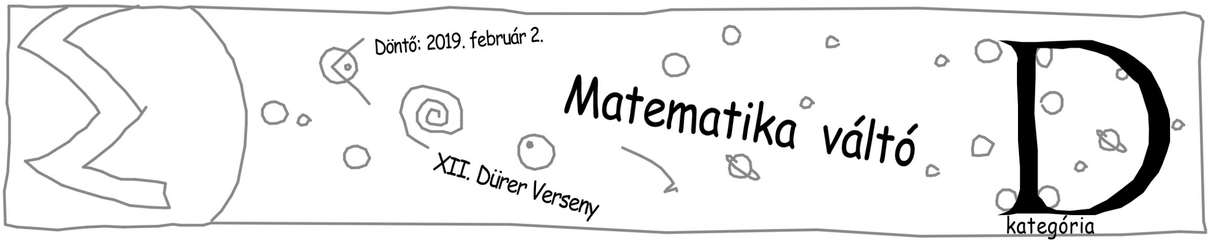
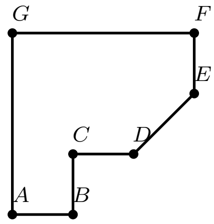
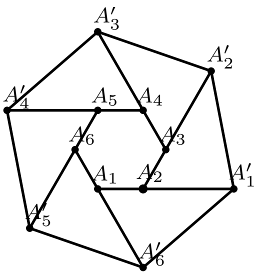


D-1. Egy 12 csúcsú sokszögnek legfeljebb hány 90°-os szöge lehet?
Megjgyzés: Az oldalak nem metszhetik egymást. A belső szögnek kell 90°*-osnak lennie. Az ábrán látható hétszögnek például 4 darab* 90°*-os szöge van, az A, B, F és G csúcsoknál.* (3 pont)





D-2. Adott egy $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ szabályos hatszög. Az A_iA_{i+1} oldalt meghosszabbítjuk az A_{i+1} csúcs felé, a végpont legyen A_i' úgy, hogy A_{i+1} legyen az A_iA_i' szakasznak az A_i-hez közelebbi harmadolópontja ($1 \leq i \leq 6$, $A_7 = A_1$). Mekkora a területe a $A_1'A_2'A_3'A_4'A_5'A_6'$ hatszögnek, ha az eredeti hatszög területe egységnyi. (3 pont)

D-3. Egy bicikliversenyen 15 versenynap van, és a végső eredményt úgy határozzák meg, hogy minden versenyzőre összeadják az egyes napokon elért időeredményeit. A versenyen idén 500 induló volt, és mindenki teljesített minden távot. Albrecht minden nap a hetedik helyen ért célba. Mi a lehetséges legrosszabb eredmény, melyet elérhetett a versenyen? (3 pont)

D-4. Egy papíron az alábbi száz állítás olvasható:

1. Legalább 1 állítás hamis ezen a papíron.
2. Pontosan 2 állítás igaz ezen a papíron.
3. Legalább 3 állítás hamis ezen a papíron.
4. Pontosan 4 állítás igaz ezen a papíron.

$\vdots$

99. Legalább 99 állítás hamis ezen a papíron.
100. Pontosan 100 állítás igaz ezen a papíron.

Hány igaz állítás van a papíron? (3 pont)

D-5. Mennyit ad maradékul 2019-cel osztva az alábbi kifejezés?

$$0 - 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 7 - 8 + ... + 2019?$$

A negatív előjelű tagok pontosan a kettő hatványok. (4 pont)

D-6. Számítsátok ki az ABC háromszög BAC szögét, ha az harmada a BOC szögnek, ahol O a háromszögbe írható kör középpontja. (4 pont)

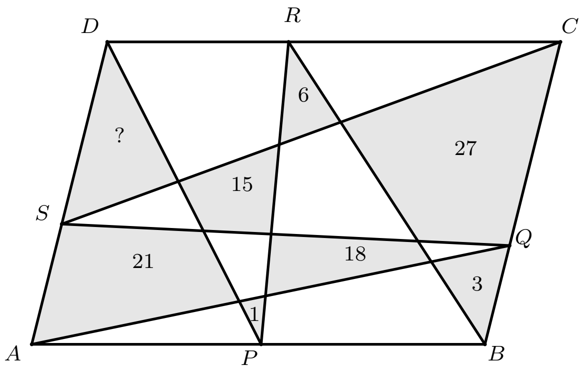
D-7. Egy természetes számot *szép*nek nevezünk, ha elő tudjuk állítani úgy, hogy egy n számból kivonjuk az n szám számjegyeinek összegét. (Tehát például a 27 szép, mert előáll többek között $34 - 3 - 4 = 27$ alakban.) Hány *szép* szám van 0-tól 10000-ig? (4 pont)

D-8. A miskolci 1-es villamos a Tiszai pályaudvartól közlekedik Felső-Majláthig, míg a 2-es villamos a Tiszai pályaudvartól a Vasgyárig közlekedik. A Tiszai-pályaudvartól minden $10k$ és $10k+6$ alakú percben indul egy 1-es villamos, míg minden $10k+3$ alakú percben indul egy 2-es villamos a másik végállomás fele. A villamosra váró utasok közt háromféle található, van aki csak az 1-es villamosra száll fel, van aki csak a 2-es villamosra száll fel, és van aki bármelyik villamosra felszáll. Azt tudjuk, hogy egy adott típusú utasból minden percben ugyanannyi érkezik az állomásra. Ezenkívül azt is tudjuk, hogy minden villamos ugyanannyi utassal indul el a Tiszai pályaudvarról. Hány utassal szokott elindulni egy villamos a végállomásról, ha 1 perc alatt 3 olyan utas érkezik, akinek csak a 2-es villamos jó? (4 pont)

D-9. Leírtuk egymás után egy sorban 1-től 100000-ig a természetes számokat. Milyen hosszú a leghosszabb olyan számjegysorozat a kapott szövegben, mely egynél többször fordul benne elő? (5 pont)

D-10. Hány számjegyből áll 81-nek azon legkisebb többszöröse, amelynek minden számjegye 1-es? (5 pont)

D-11. Egy $ABCD$ paralelogramma minden oldalán kiválasztottunk egy-egy pontot, legyenek ezek P, Q, R és S. Ezután az ábra szerinti szakaszok behúzásával tartományokra osztottuk a négyszöget. A szürke színű részek területét ismerjük (lásd ábra). Mekkora a ?-lel jelölt rész területe? (5 pont)



D-12. Egy 8×8-as sakktáblán egy bábu elindul valamely mezőről. Egy mezőről csak vele szomszédos mezőre léphet. Minden mezőt egyszer érint, végül visszajut a kiindulási mezőre. Legfeljebb hányszor változtat irányt útja során? (5 pont)

D-13. Egy n pozitív egész pontosan akkor *jojó*, ha bármely két szomszédos számjegye között a különbség legalább 7. Határozzátok meg a hatjegyű *jojó* számok számát. (6 pont)

D-14. 2397 azon pozitív egész számoknak összege, melyeknek pontosan 2 valódi osztója van és ráadásul ezek kisebbek, mint 30. Mennyi azoknak a pozitív egész számoknak az összege, melyeknek pontosan 3 valódi osztója van és ráadásul ezek kisebbek, mint 30?
Valódi osztó alatt olyan pozitív egészeket értünk, amelyek osztják az adott számot, de tőle különböznek. (6 pont)

D-15. Egy tompaszögű egyenlőszárú háromszög két belső szögfelezője közül a hosszabbik kétszerese a rövidebbiknek. Mekkora a háromszög legnagyobb szöge? (6 pont)

D-16. Hányféleképpen lehet sorba rendezni az 1, 2, 3, ..., 15 számokat úgy, hogy minden szám nagyobb legyen, mint a kettővel és a hárommal utána következő (amennyiben van még kettővel vagy hárommal utána szám)? (6 pont)

Megoldókulcs:

D-1.	9	D-5.	1963	D-9.	11	D-13.	244
D-2.	7	D-6.	36	D-10.	81	D-14.	7282
D-3.	91	D-7.	1001	D-11.	1	D-15.	108
D-4.	34	D-8.	60	D-12.	56	D-16.	987