



KIFEJTŐS FELADTSOR



XVII. DÜRER VERSENY

C
KATEGÓRIA

DÖNTŐ – 2024. 02. 09-11.

1. A Dürerenciás-tengeren sodródó kalózhajó legénysége három lányból, illetve három fiúból állt. Már régóta a tengeren hánykolódtak, amikor a hajó legénysége közül valaki, a monoton napjainak színesebbé tételéhez, egyedül lement a hajóaljba és ellopott onnan egy üveg rumot. A hajó legénysége a papagájuk segítségével szeretné kideríteni, hogy ki volt a tettes. A papagáj négyszer szólalt meg, amelyből kétszer csak igazat mondott, kétszer csak hazudott. Ki volt a tolvaj, ha az alábbiak voltak a papagáj megszólalásai?

- A fiúk egy portya miatt a lopás napján nem voltak a hajón.
- Jasmine és John mindig együtt lopnak. Jessica kétfalábú.
- Féllábú vagy félszemű volt a tolvaj. Joe volt aznap a hajóaljban.
- Van, hogy Jane vagy Jack egyedül megy le a hajóaljba.

A legénység lány tagjai Félszemű Jane, Ötujjú Jasmine és Kétfalábú Jessica, míg a fiúk Féllábú Jack, Vaksi John és Rőtszakáll Joe. A kalózokat a vezetékneveik jellemelik és másra nem igaz az adott tulajdonság.

2. Legyen ABC egy szabályos háromszög, melynek BC oldalára kifelé rajzoltunk egy BC átmérőjű félkört. A félkörív B -hez közelebbi harmadolópontja legyen D , a C -hez közelebbi harmadolópontja E . Legyen az AD és BC szakaszok metszéspontja F , az AE és BC szakaszok metszéspontja H . Bizonyítsátok be, hogy a BF , FH és HC szakaszok egyenlő hosszúak.

3. a) Egy asztal köré egyszerre leült 14 ember. Miután leültek, az első percben néhány ember vidám, és mindenki más szomorú. Ahogy a vidám emberek vicceket mesélnek, úgy minden későbbi percben pontosan azok az emberek lesznek szomorúak, akiknek mindkét szomszédja szomorú volt az előző percben, a többiek pedig vidámak lesznek. Igaz-e, hogy akárhik is voltak szomorúak kezdetben, ha volt legalább egy vidám ember, akkor egy idő után mindenki folyamatosan vidám lesz?

b) Mi a helyzet akkor, ha 1001 ember ül le az asztal köré?

Ha egy vidám ember mellett két szomorú ember ül, akkor ő szomorú lesz.

4. Hét gyerek (A, B, C, D, E, F, G) bomba-pajzs játékot játszik. A játék egy fordulójának elején sípszóra mindenki választ magának a hat másik gyerek közül két különbözőt, egyiküket bombájának, másikat pajzsának. Innentől 1 percük van arra, hogy elhelyezkedjenek a sík terepen, ezután mindenki egy helyben marad. Egy adott forduló végén azok a gyerekek kapnak pontot, akik az idő leteltével egy egyenesen állnak a választott bombájukkal és pajzsukkal úgy, hogy hármójuk közül a pajzs van középen.

a) Az egyik játékban a gyerekek a táblázatban látható módon választottak maguknak bombát és pajzsot. Mutassatok egy olyan felállást, ami esetén mind a hét gyerek szerez pontot a fordulóban.

gyerek	A	B	C	D	E	F	G
pajzs	D	A	A	G	G	C	C
bomba	F	E	G	E	B	B	D

b) Lehetséges-e, hogy a gyerekek úgy választanak maguknak bombát és pajzsot, hogy sehogyan se tudnak beállni úgy, hogy mindenki szerezzen pontot a fordulóban?

c) Igaz-e, hogy ha egy fordulóban a gyerekek el tudnak helyezkedni úgy, hogy mindenki szerez pontot, akkor el tudnak helyezkedni úgy is, hogy mindenki szerezzen pontot és mindannyian egy egyenesen legyenek?

5. A $\{0, 1, \dots, 9\}$ halmaz egy H részhalmazát nevezzük *elégésesnek*, ha tetszőleges 10-nél nagyobb egész szám előáll pontosan két olyan nemnegatív egész szám összegeként, melyeknek a számjegyei csak H -ből kerülnek ki.

a) Bizonyítsátok be, hogy az $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmaz elégéses.

b) Bizonyítsátok be, hogy nem létezik négyelemű elégéses halmaz.

c) Mutassatok minél kisebb elemszámú elégéses halmazt és bizonyítsátok annak elégésességét.



XVII. DÜRER VERSENY

C
KATEGÓRIA

DÖNTŐ – 2024. 02. 09–11.

6. Játék: Kutatók a Dürerencicás-tóban felfedezték a kihalófélben lévő egyenesenmozgó macskacápa faj egy nőstény példányát. Az állat a víz mélyén mozog, így befogásához három tengeralattjárót használnak. A kutatók kommunikálnak egymással és látják a cápát, továbbá a cápa is látja a kutatókat. A tó négyzet alakú és fel van osztva 4×4 darab négyzet alakú szektorra. Minden nap délben az egyik tengeralattjáró átúszik egy oldalszomszédos szektorba. A cápa 11 nap múlva nyugodt körülmények között tenné le a tojását, így addig menekülni próbál, ehhez minden éjszaka legfeljebb kétszer átúszik egy oldalszomszédos szektorba. A kutatók az első nap az alábbi kezdőhelyzetből mozognak először. A kutatók akkor nyernek, ha a 11. napig valamikor egy tengeralattjáró egy szektorba kerül a cápával, míg a cápa akkor nyer, ha még a 11. nap végén is szabad.

		K	K
			K
C			

Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el, hogy a kutatók vagy a cápa bőrébe szeretnétek bújni.

Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amelyen szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat sorszáma. Mindegyik feladat olvasható és megfelelően indokolt megoldása 12 pontot ér. Feladatonként legfeljebb 2 extra pont is szereshető lényegesen különböző második megoldással vagy általánosítással. A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánnak:
