XVII. DÜRER VERSENY

C KATEGÓRIA

KIFEJTŐS MEGOLDÁSOK

DÖNTŐ – 2024. 02. 09–11.

C1. A Dürerenciás-tengeren sodrodó kalózhajó legénysége három lányból, illetve három fiúból állt. Már régóta a tengeren hánykolódtak, amikor a hajó legénysége közül valaki, a monoton napjainak színesebbé tételéhez, egyedül lement a hajóaljba és ellopott onnan egy üveg rumot. A hajó legénysége a papagájuk segítségével szeretné kideríteni, hogy ki volt a tettes. A papagáj négyszer szólalt meg, amelyből kétszer csak igazat mondott, kétszer csak hazudott. Ki volt a tolvaj, ha az alábbiak voltak a papagáj megszólalásai?

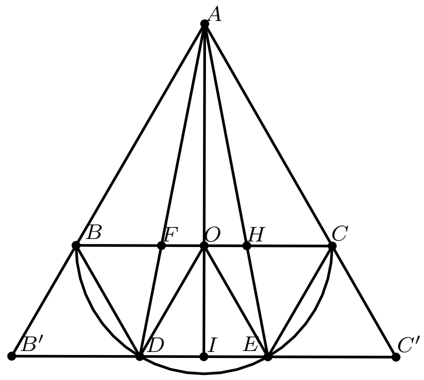
- A fiúk egy portya miatt a lopás napján nem voltak a hajón.
- Jasmine és John mindig együtt lopnak. Jessica kétfalábú.
- Féllábú vagy félszemű volt a tolvaj. Joe volt aznap a hajóaljban.
- Van, hogy Jane vagy Jack egyedül megy le a hajóaljba.

A legénység lány tagjai Félszemű Jane, Ötujjú Jasmine és Kétfalábú Jessica, míg a fiúk Féllábú Jack, Vaksi John és Rőtszakáll Joe. A kalózokat a vezetékneveik jellemezik és másra nem igaz az adott tulajdonság.
Mohay Lili feladata

Megoldás: A papagáj második megszólalásakor azt mondta, hogy “Jessica kétfalábú”. Ez az állítás igaz, tehát a megszólalás másik fele is, azaz az, hogy “Jasmine és John mindig együtt lopnak”. Mivel a tolvaj egyedül volt, Jasmine és John nem lehet a rumot ellopó kalóz.
Ha a harmadik megszólalás igaz, akkor Féllábú Jack, vagy Félszemű Jane volt a tolvaj, de akkor a negyedik megszólalás is igaz, hiszen ekkor valamelyikük egyedül ment le a hajóaljba a lopáskor. Így viszont már 3 igaz állításunk lenne, tehát a harmadik megszólalás nem lehet igaz. Azaz nem Jack és nem is Jane volt a tolvaj, valamint a megszólalás második fele is hamis, így Joe sem lehetett, mert nem járt aznap a hajóaljban.
Összefoglalva: a tolvaj nem lehetett se Jasmine, se John, se Jane, se Jack, se Joe. Azaz Kétfalábú Jessica lopta el a rumot.

C2. Legyen ABC egy szabályos háromszög, melynek BC oldalára kifelé rajzoltunk egy BC átmérőjű félkört. A félkörív B-hez közelebbi harmadolópontja legyen D, a C-hez közelebbi harmadolópontja E. Legyen az AD és BC szakaszok metszéspontja F, az AE és BC szakaszok metszéspontja H. Bizonyítsátok be, hogy a BF, FH és HC szakaszok egyenlő hosszúak.
Mohay Lili feladata

Megoldás: Legyen a BC oldal felezőpontja O. Ekkor a BO, DO, EO és CO szakaszok egyenlő hosszúak, éppen a félkor sugara és az ABC oldalainak a fele. Ekkor a körív harmadolása miatt O körül $60°$-os szögek vannak, így BDO, DOE és EOC háromszögek szabályosak. (*) Vegyük észre, hogy az ABF és DFO háromszögek hasonlóak, hiszen a megfelelő oldalaik párhuzamosak, ahogy OD és AB is $60°$-ot zárnak be BO-val. Azt is tudjuk, hogy a hasonlósági arány 2, hiszen AB hossza az kétszerese OD hosszának. Ekkor viszont FB kétszer olyan hosszú, mint OF, vagyis F tényleg harmadolópontja BC-nek, ahogy O felezőpont volt. Az indoklás szimmetrikusan működik H-ra is.
2. megoldás (*)-tól: Vegyük fel az ábra szerint a B' és C' pontokat úgy, hogy a $BB'D$ és $CC'E$ háromszögek szabályosak. Ekkor az A pontból a B', C' pontokat $\frac{2}{3}$-os aránnyal kicsinyítve éppen a B, C pontokat kapjuk, hiszen CC' és BB' hossza is feleakkora, mint az AB és AC hossza. Ekkor viszont igazából a B', D, E, C' pontnégyest kicsinyítjük, amiknek a képe B, F, H, C pontnégyes. Így ahogy $B'D = DE = EC'$, úgy a kicsinyítés után $BF = FH = HC$, amivel kész lettünk.



C3. **a)** Egy asztal köré egyszerre leült 14 ember. Miután leültek, az első percben néhány ember vidám, és mindenki más szomorú. Ahogy a vidám emberek vicceket mesélnek, úgy minden későbbi percben pontosan azok az emberek lesznek szomorúak, akiknek mindkét szomszédja szomorú volt az előző percben, a többiek pedig vidámak lesznek. Igaz-e, hogy akárkik is voltak szomorúak kezdetben, ha volt legalább egy vidám ember, akkor egy idő után mindenki folyamatosan vidám lesz?
b) Mi a helyzet akkor, ha 1001 ember ül le az asztal köré?
Ha egy vidám ember mellett két szomorú ember ül, akkor ő szomorú lesz.
Imolay András feladata

Megoldás: **a)** Nem igaz, például üljön az asztal körül felváltva 7 lány és 7 fiú, azaz minden második ember lány, és kezdetben legyen minden lány vidám és minden fiú szomorú. Ekkor a következő percben minden lány szomorú lesz, mivel mindkét fiú szomszédjuk szomorú volt, és minden fiú vidám, az azt követő percben pedig minden fiú szomorú lesz, és minden lány vidám, stb. Így minden percben lesz 7 szomorú ember az asztal körül.

b) 1001 ember esetén igaz az állítás: ha kezdetben volt vidám ember, akkor egy idő után mindenki vidám lesz. Belátjuk, hogy minden percben nő a vidám emberek száma - ebből következik, hogy legfeljebb 1000 perc elteltével mindenki vidám lesz.
Legyen egy adott percben k db vidám ember az asztal körül, ők adjanak mindkét szomszédjuknak (egy darabka szalvétán) $1-1$ darab viccet, tehát összesen $2k$ darab vicc kerül kiosztásra. A feladat szerint a következő percben pontosan azok lesznek szomorúak, akik nem kaptak viccet (azaz mindkét szomszédjuk szomorú volt). Minden embernek két szomszédja van, tehát mindenki legfeljebb 2 db viccet kapott. Így a $2k$ darab viccből legalább k darab ember kapott.
Sőt, ha van olyan ember, aki csak 1 db viccet kapott, akkor legalább $k+1$ darab ember kapott viccet, azaz a vidám emberek száma legalább eggyel nőtt a skatulya-elv alapján.
Ha viszont nem volt olyan ember, aki 1 db viccet kapott, akkor mindenki, aki kapott viccet, az pontosan 2 db viccet kapott. Ez azt jelenti, hogy egy vidám embertől kettővel balra és kettővel jobbra is vidám ember kellett, hogy üljön, hiszen a szomszédja 2 db viccet kapott. Tehát ha Aladár vidám volt, és tőle a kör mentén kettesével ugrálva eljutunk Béláig, akkor Béla is vidám kellett, hogy legyen. Ez páratlan sok fő esetén mindig megtehető, hiszen a kör mentén valamelyik irányban Aladár és Béla távolsága páros. Tehát ez az eset csak akkor állhat fenn, ha már a viccosztás előtt eleve mindenki vidám volt.
Azaz készen vagyunk, mert amíg nem mindenki vidám, addig minden lépésben növekszik a vidám emberek száma, így legfeljebb 1000 perc múlva mindenki vidám lesz.

Megjegyzés: a megoldásból az is látható, hogy a feladat állítása tetszőleges páros létszámú asztaltársaság esetén is hamis, tetszőleges páratlan létszámú asztaltársaság esetén pedig igaz.

C4. Hét gyerek (A, B, C, D, E, F, G) bomba-pajzs játékot játszik. A játék egy fordulójának elején sípszóra mindenki választ magának a hat másik gyerek közül két különbözőt, egyiküket bombájának, másikukat pajzsának. Innentől 1 percük van arra, hogy elhelyezkedjenek a sík terepen, ezután mindenki egy helyben marad. Egy adott forduló végén azok a gyerekek kapnak pontot, akik az idő leteltével egy egyenesen állnak a választott bombájukkal és pajzsukkal úgy, hogy hármójuk közül a pajzs van középen.

a) Az egyik játékban a gyerekek a táblázatban látható módon választottak maguknak bombát és pajzsot. Mutassatok egy olyan felállást, ami esetén mind a hét gyerek szerez pontot a fordulóban.

gyerek	A	B	C	D	E	F	G
pajzs	D	A	A	G	G	C	C
bomba	F	E	G	E	B	B	D

b) Lehetséges-e, hogy a gyerekek úgy választanak maguknak bombát és pajzsot, hogy sehogy se tudnak beállni úgy, hogy mindenki szerezzen pontot a fordulóban?

c) Igaz-e, hogy ha egy fordulóban a gyerekek el tudnak helyezkedni úgy, hogy mindenki szerez pontot, akkor el tudnak helyezkedni úgy is, hogy mindenki szerezzen pontot és mindannyian egy egyenesen legyenek?

Nagy Kartal feladata

Megoldás: **a)** Álljanak fel a gyerekek egy egyenesre ilyen sorrendben: FDCBAGE. Ez a példa ellenőrizhető, hogy tényleg megfelelő. Erre rájönni úgy lehet, hogy lépésenként vizsgálunk egyre több oszlopot. A negyedik oszlop miatt DGE sorrendje adott. Ezután a hetedik oszlop miatt a DCGE sorrend is fix. A harmadik oszlop miatt a DCAGE sorrend fix. Az első oszlopból az FDCAGE sorrend adódik, és végül B-nek a többiekhez képest a helye a kimaradt két oszlop miatt egyértelmű.

b) A hét gyerek közül vizsgáljuk meg csak A és C választását. Ha A-nak B a pajzsa és C a bombája, akkor biztosan úgy kell elhelyezkednie ennek a három gyereknek egy egyenesen, hogy B van középen. Viszont ha emellett C-nek A a pajzsa és B a bombája, akkor a három gyereknek úgy kell egy egyenesen állnia, hogy közülük A van középen. Így a gyerekek nem tudnak úgy felállni, hogy A és C is kapjon pontot.

c) Tekintsük a gyerekek egy olyan felállását a koordinátasíkon, ahol mindenki szerez pontot. Feltehetjük, hogy bármely két gyerek által meghatározott egyenes olyan egyenes, ami nem párhuzamos az y-tengellyel: a gyerekek (mivel véges sokan vannak) tudnak úgy forogni, hogy ez a feltétel valóban teljesüljön, és a felállás is jó maradjon. Ekkor minden gyerek megfelel a koordinátarendszer egy pontjának, és semelyik két gyerek pontjának x-koordinátája sem egyenlő.

Sétáljon át most minden gyerek az x-tengelyre a következőképpen: ha eddig az (x, y) pontban állt, menjen át az $(x, 0)$ pontra. Ez továbbra is egy olyan felállás lesz, ahol mindenki kap pontot, hiszen ha az eredeti felállásban három gyerek egy egyenesen állt, akkor az egyenesen felvett balról jobbra sorrendjük megegyezett az x-koordinátájuk növekvő sorrendjével, és ez az új felállásban is megmarad, ezzel kész vagyunk.

Megjegyzés: Ez a geometriai transzformáció az egyenesre vett merőleges vetítés. Azt használjuk ki, hogy van olyan egyenes a síkon a véges sok gyerekre, ami nem párhuzamos a páronkénti egyeneseik közül egyikkel sem. Ilyen pedig azért van, mert csak véges sok egyenest zárnak ki. Vetítés helyett más geometriai transzformációk is megfelelőek. Például úgy is meg lehet adni a gyerekek egy sorrendjét, hogy megforgatunk egy pont körül egy egyenest, ezzel "végigsöpörve" a síkot azt vizsgálva, hogy melyik gyerek hányadikként lépi át az egyenest. Itt arra kell figyelni, hogy a forgás középpontja ne legyen rajta semelyik egyenesen, amelyiket két gyerek meghatároz. Ha az így kapott sorrend szerint állnak fel egy egyenesre, akkor is megfelelő megoldást kapunk.

C5. A $\{0, 1, \ldots, 9\}$ halmaz egy H részhalmazát nevezzük *elégségesnek*, ha tetszőleges 10-nél nagyobb egész szám előáll pontosan két olyan nemnegatív egész szám összegeként, melyeknek a számjegyei csak H-ból kerülnek ki.

a) Bizonyítsátok be, hogy az $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmaz elégséges.

b) Bizonyítsátok be, hogy nem létezik négyelemű elégséges halmaz.

c) Mutassatok minél kisebb elemszámú elégséges halmazt és bizonyítsátok annak elégségességét.

A 2023-as Alkotótáborban kitalált feladat

Megoldás: a) Vegyünk egy tetszőleges 10-nél nagyobb n számot. A megoldás ötlete az írásbeli összeadás, hátulról, az egyes helyiértékről építünk fel két olyan számot, a-t és b-t, melyek összege n, és egyik sem tartalmaz 0-s jegyet. Első lépésként válasszuk meg a és b egyes helyiértéken álló jegyét úgy, hogy stimmeljen az egyes helyiértéken álló összeadás (és ne használjunk 0-s jegyet). Világos, hogy ezt meg tudjuk tenni. Ezek után minden lépésben, ha már az utolsó néhány jegyét meghatároztuk a-nak és b-nek, akkor a következő jegynél tudjuk, hogy, mennyi a maradék az előző összeadásból, és tudunk hozzá olyan jegyeket választani a-nak és b-nek, hogy a következő jegy is megfelelő legyen. Figyeljük meg, hogy a maradék soha nem lehet 1-nél nagyobb. Amikor elérünk n első jegyéig, legyen ez k, ott ha van egy maradék, akkor legyen a első jegye $k-1$ (ha ez 0, akkor ezt elhagyjuk, és eggyel kevesebb jegyű lesz a, mint n), míg ha nincs maradék, akkor legyen k az első jegye. A b szám mindenképpen legyen eggyel kevesebb jegyű, mint n. Ezzel az eljárással megfelelő a és b számokat találtunk.

Az érthetőség kedvéért bemutatjuk a módszert egy példán keresztül. Legyen $n = 2564$. Legyen a és b utolsó jegye mondjuk 6 és 8, mert $6 + 8 = 14$, ami 4-re végződik. Marad az 1, így a tízes helyiértéken az a-ban és b-ben lévő jegy összegének tízes maradékának $6 - 1 = 5$-nek kell lennie. Legyen 2 és 3, azaz a vége 26, b vége 38. Ekkor nem marad egy, így a százas helyiértéken 5 az összeg tízes maradéka, ami például $6 + 9$ formájában előall, így a vége 626, b vége 938. Végül itt marad az egy, így a első jegye 1. Ezzel megkaptuk a $2564 = 1626 + 938$ felírást.

b) Két szám összegének utolsó jegye megegyezik az utolsó jegyeik összegének utolsó jegyével. Ebből kifolyólag ahhoz, hogy egy H halmaz elégséges legyen, mind a tíz számjegy elő kell, hogy álljon úgy, mint két, H-beli elem összegének utolsó jegye (mivel a 10-nél nagyobb szám utolsó jegye csak így állítható elő).

Tegyük fel, hogy van egy négyelemű elégséges halmaz, legyen ez $\{a, b, c, d\}$. Az ezekből képezhető összegek: $a + a,\ a + b,\ a + c,\ a + d,\ b + b,\ b + c,\ b + d,\ c + c,\ c + d$ és $d + d$. Ezek közül $a + a, b + b, c + c$ és $d + d$ biztosan páros. Tehát ahhoz, hogy minden jegy elő tudjon állni két H-beli elem összegének utolsó jegyeként, ahhoz az $a + b,\ a + c,\ a + d,\ b + c,\ b + d,\ c + d$ számok között 5 páratlan számnak kell lennie. Ha ebben a halmazban van valamilyen paritású elemből legalább 3, akkor ennek a 3 elemnek a páronkénti összegei mind párosak, hiszen két azonos paritású szám összege páros. Ekkor viszont legfeljebb 3 páratlan szám szerepelhetne az összegek között. Ha a halmazban semelyik paritású elemből nincs három, akkor az azt jelenti, hogy két páros és két páratlan elemből áll. Ekkor a két páros elem összege páros és a két páratlané is, azaz legfeljebb $6 - 2 = 4$ páratlan szám lehetne az $a + b,\ a + c,\ a + d,\ b + c,\ b + d,\ c + d$ összegek között. Tehát sehogyan nem állhat elő mind az 5 páratlan számjegy két elégéges halmazbeli elem összegének utolsó jegyeként, azaz nincs négyelemű elégséges halmaz.

c) A b) feladatrészben bebizonyítottuk, hogy négyelemű elégséges halmaz nem létezhet. Ötelemű viszont már van, például a $\{0;1;3;4;5\}$. Először is vegyük észre, hogy minden számjegy előáll két halmazbeli elem összegeként:

$$\begin{gathered}0=0+0\\1=1+0\\2=1+1\\3=3+0\\4=4+0\\5=5+0\\6=5+1\\7=4+3\\8=5+3\\9=5+4\end{gathered}$$

Ekkor egy tetszőleges 10-nél nagyobb egész számot fel tudunk írni pontosan két olyan nemnegatív egész szám összegeként, melyeknek a számjegyei csak H-ból kerülnek ki, az alábbi módon.

A szám minden számjegyét felírjuk két, H-beli elem összegeként a fent mutatott módon, ez a két jegy lesz a megfelelő helyiértékű jegye a két összeadandónak. Például ha az összegben a százas helyiértéken 6-os áll, akkor az első összeadandóban legyen 5-ös a százas helyiértéken, a másodikban pedig 1-es. Ha a két szám valamelyike valahány 0-val kezdődne, akkor azokat töröljük. Például a 106579 esetén ez a felírás így néz ki: $106579 = 105545 + 001034$, a számok elejéről a nullákat törölve: $106594 = 105545 + 1034$. Mivel soha nem lesz két jegy összege 10-nél nagyobb (azaz nincs 10-es átlépés és így nem keletkezik maradék az összeadás során), így tudunk jegyenként összeadni, tehát ez a módszer tényleg működik.

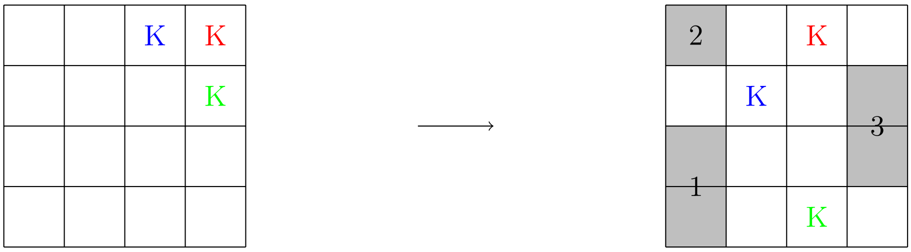
C6. Játék: Kutatók a Dürerencicás-tóban felfedezték a kihalófélben lévő egyenesenmozgó macskacápa faj egy nőstény példányát. Az állat a víz mélyén mozog, így befogásához három tengeralattjárót használnak. A kutatók kommunikálnak egymással és látják a cápát, továbbá a cápa is látja a kutatókat. A tó négyzet alakú és fel van osztva 4×4 darab négyzet alakú szektorra. Minden nap délben az egyik tengeralattjáró átúszik egy oldalszomszédos szektorba. A cápa 11 nap múlva nyugodt körülmények között tenné le a tojását, így addig menekülni próbál, ehhez minden éjszaka legfeljebb kétszer átúszik egy oldalszomszédos szektorba. A kutatók az első nap az alábbi kezdőhelyzetből mozognak először. A kutatók akkor nyernek, ha a 11. napig valamikor egy tengeralattjáró egy szektorba kerül a cápával, míg a cápa akkor nyer, ha még a 11. nap végén is szabad.

Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el, hogy a kutatók vagy a cápa bőrébe szeretnétek bújni.

Páhán Anita feladata

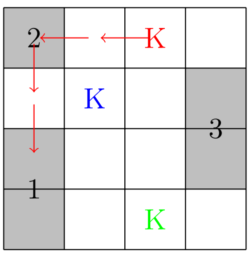
		K	K
			K
C			

Megoldás: A kutatóknak van nyerő stratégiája, amit az alábbiakban ismertetünk.
Az első hat lépésben a cápa mozgásától függetlenül álljanak át az alábbi pozíciókba a tengeralattjárók:

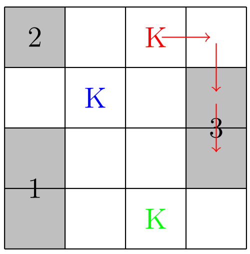


Ha a 6. napig nem fogják el a cápát, és a 7. nap reggelén a cápa nem a fenti ábrán szürkével jelölt területen tartózkodik, akkor vagy a tengeralattjárókkal egy mezőn áll, vagy szomszédoson, ezért aznap el tudják fogni. Ezek után esetekre bontjuk a stratégiát attól függően, hogy hol áll a cápa.

Ha az 1-es vagy 2-es számú területen van, akkor a kék és zöld tengeralattjáró már csak akkor mozogjon, ha melléjük mozog a cápa, különben csak a piros mozog. Ez először mozogjon kettőt balra két nap alatt, ezután ha még nem lépett be a cápa valamelyik tengeralattjáróval egy mezőre, vagy a kékkel vagy zölddel szomszédosra, akkor csak az 1-es területen lehet a 9. nap reggelén. Ezután a piros tengeralattjáró haladjon tovább lefelé, így legkésőbb a 11. nap reggelén a cápa egy tengeralattjáróval megegyező vagy szomszédos mezőn lesz.



Ha a 3-as területen tartózkodik a cápa, akkor az előző esethez hasonlóan, hacsak a cápa nem lép be a kék vagy zöld mellé, a piros tengeralattjáró mozogjon az alábbi útvonalon.



A 3 pirossal jelölt lépés végén ismét biztosan szomszédos, vagy megegyező mezőn lesz egy tengeralattjáróval egy cápa, ezért legkésőbb a 10. napon nyerni tudnak a kutatók.

Második megoldás:

A kutatóknak egy alternatív stratégiája:

Legyenek a tábla oszlopai balról jobbra A,B,C,D és a sora lentről felfele 1,2,3,4.
Ekkor az első négy nap során a C4 és D3 mezőn tartózkodó kutatók a B3 és C2 mezőkre mozognak. Ezek után az A4-B3-C2-D1 főátlótól felfele nem tartózkodhat a cápa, mert minden ottani mezőre el tudnak utazni a kutatók, így elkapnák a következő napon.
Amennyiben a cápa az A4 mezőn van, akkor a B3-on lévő kutató az A3 mezőre megy és ezek után a cápa csak a B4 mezőre mehet úgy, hogy ne kapják el és ekkor a D4 mezőn található kutató a C4 mezőre mozog, ezzel a kutatók szomszédosak a cápa összes lehetséges következő napi pozíciójával (2. ábra), így a 7. napon elkapják. Ehhez hasonlóan járunk el abban az esetben is, amikor a cápa a D1 mezőn tartózkodik az 5. napon.

(C)			K
	K		
		K	

4. nap

	C	K	
K			
		K	

Ábra 2

Így már csak azok az esetek vannak hátra, amikor a cápa az A2, A1 és B1 mezők valamelyikén lesz az 5. napon. Ekkor a D4 mezőn lévő kutatóval 2 nap alatt elmegyek a C3 mezőre, figyelve arra, hogy amennyiben a cápa az A2 mezőn van az 5.napon, akkor C4-C3 lépésekkel, míg amennyiben a B1 mezőn van, akkor a D3-C3 lépésekkel, így mindkét esetben a fentebb leírt metódussal el tudom kapni a cápát, amennyiben idő közben az A4 és D1 mezők valamelyikére mozogna. Így ezek után is csak azzal kell foglalkozni, ha a cápa az A2,A1 és B1 mezők valamelyikén van.

	K	K	
		K	

6. nap

Amennyiben a cápa a B1 mezőn van, akkor a B3-on lévő kutatóval a B2 mezőre lépsz. Ezek után a cápa csak az A1 vagy D1 mezőre mehet. Amennyiben az A1 mezőre megy, akkor a C3-on lévő kutatóval átmegyünk a B3 mezőre, így szimmetrikus állást kapunk azzal, ha a D1 mezőre menne a cápa, így csak ezt az esetet vizsgáljuk meg (4. ábra). Ekkor a B2-n lévő kutatóval A2-re megyünk a 9.napon, így a cápa egyedül a B1 mezőre menekülhet, miután mi a C2-n lévő kutatóval C1-re megyünk, ezzel lefedve a cápa összes lehetséges következő pozícióját, vagyis a 11. napon bizonyosan elkapjuk a cápát (5. ábra). Hasonlóan járunk el, amennyiben a cápa az A2 mezőn van.

	K		
	K	K	
C			

Ábra 4

	K		
K			
	C	K	

Ábra 5

Így már csak azt az esetet kell megvizsgálni, amikor a 6. nap után a cápa az A1 mezőn van. Ekkor mi a C2-n lévő kutatóval B2-re lépünk. Ha a cápa a helyén marad, akkor C3-on kutatóval C2-re lépünk és így elérjük a 8. napon a 4. ábra pozícióját, vagyis elkapjuk a cápát a fent leírt módszerrel. Tehát feltehetjük, hogy a cápa elmegy és ekkor csak a C1 mezőre mozoghat. Ekkor a C3-on lévő kutatóval C2-re lépünk és a cápának ismét menekülnie kell. Amennyiben vissza megy A1-re, akkor ismét a 4. ábra pozícióját kapjuk a 8. napon, tehát a fentebbi módszerrel elkapjuk innen a cápát. Így feltehető, hogy a cápa D1-re menekül (az egyetlen lehetséges pozíció A1-en kívül) és így a 6. ábra pozícióját kapjuk meg a 8. napon. Ekkor ezek után a C2-n lévő kutatóval D2-re lépünk, ami után a cápa csak C1 mezőre menekülhet és végül a B2-n lévő kutatóval B1-re mozgunk, így a 10.napon elértünk egy olyan pozíciót, ahol bárhova is megy a cápa, a 11. napon biztosan el tudjuk kapni (7.ábra).

	K		
	K	K	
			C

Ábra 6

	K		
			K
	K	C	

Ábra 7

Ezzel megmutattuk, hogy 11 nap alatt a kutatók biztosan el tudják kapni a cápát, amennyiben tökéletesen játszák a játékot, vagyis érdemes a versenyzőnek a kutatót választania.