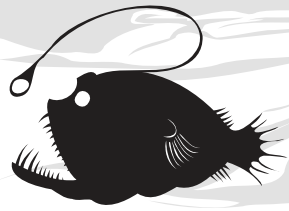




ELMÉLETI FELADATSOR



XVII. DÜRER VERSENY

F
KATEGÓRIA

DÖNTŐ – 2024. 02. 09-11.

Figyelem! A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldások számszerű közlése, levezetés és a logikai lépések szöveges indoklása is szükséges (pl. „Newton III. törvénye alapján...”)!

1. feladat

(13 pont)

Vízszintes talajon $v_0 = 3\text{ m/s}$ sebességgel tisztán gördülő, homogén tömegeloszlású golyó egy $\alpha = 45^\circ$ hajlásszögű, μ súrlódási együtthatójú, igen hosszú lejtő aljához érkezik. Milyen magasra jut a golyó, ha

- (a) $\mu = 0$?
- (b) $\mu = 0,4$?
- (c) $\mu = 0,1$?

Megjegyzés: A megoldás során vegyük figyelembe a golyó kiterjedését. Feltehetjük továbbá, hogy a lejtővel való találkozás pillanatszerű, energiaveszteségtől mentes.

2. feladat

(12 pont)

Ha megloccsolnak, tényleg megnövünk? Mennyivel lesz magasabb egy eredetileg szárazföldön, két lábon álló 75 kg-os ember, ha feje búbjáig bemerül egy úszómedencébe úgy, hogy pont leér mindkét lába?

A feladat megoldása során használjuk az emberi test alábbi modelljét. A gerincoszlopot tekintsük egy 85 cm hosszú, 4 cm külső és 3 cm belső átmérőjű csőnek, a medencecsontot vegyük egy $28\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ alapterületű, 25 cm magas téglatestnek, míg egy-egy láb csontjainak összességét kezeljük egy 75 cm hosszú, 3,75 cm külső és 2,75 cm belső átmérőjű csőként. A csontok rugalmassági modulusa 20 GPa, a megadott csont hosszúságok a terheletlen állapotra vonatkoznak. Az emberi test átlagos sűrűsége 1040 kg/m^3 .

Megjegyzés: A megoldás során feltehetjük, hogy a medencecsont nem hajlik meg, valamint a csontok keresztmetszeti területe állandó. Továbbá tekintsük úgy, hogy az emberi test teljes súlya a gerincoszlop alsó harmadoló pontjába koncentrálódik (ott van a súlypont).

3. feladat

(16 pont)

Peti Jr., a leleményes gyerek, és Peti Sr., az elszánt fizikus kimennek a játszótérre hintázni. Peti Jr. megkéri édesapját, hogy lökje meg. Sajnos Peti Sr. ehelyett inkább elgondolkodik:

- (a) Vajon el tud-e kezdeni valaki hintázni nyugvó helyzetből? A hinta függőleges, az ember kezdősebesség nélkül ül rajta úgy, hogy a tömegközéppontja a hinta fölött van. Bármilyen külső tényezőtől, például a szélről vagy a hinta tengelyén fellépő súrlódástól, tekintsünk el.



XVII. DÜRER VERSENY

F

KATEGÓRIA

DÖNTŐ – 2024. 02. 09-11.

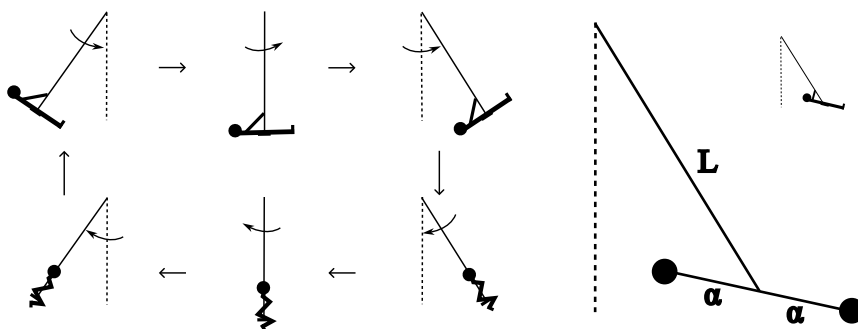
Ezután Peti Sr. elkezdi hintázni, de nagyon szokatlanul csinálja. A talpát az ülésre rakja, és hintázás közben csak feláll, majd leguggol, vigyázva, hogy tömegközéppontja mindig a kötél vonalában maradjon. Itt már nem nyugvó helyzetből indul, valamint feltehető, hogy a hinta kötele végig feszes, nem hajlik.

(b) Hogyan tudja így hajtani magát? A mozgás mely pontján kell Peti Sr.-nak leülnie és felállnia, ha a lehető leggyorsabban szeretne hintázni? Teljesül-e az energiamegmaradás törvénye?

(c) Ha Peti Sr. az első lengésnél (félperiódusnál) a függőlegeshez képest 10° -kal tér ki, akkor legalább hány lengés kell neki, hogy felérjen 90° -os kitérésig, azaz a vízszintes helyzetig?

Adatok: Peti Sr. 80 kg-os és 180 cm magas. Guggoló helyzetben tömegközéppontja az ülés magasságában helyezkedik el, míg állva 1 m-rel magasabban, combizmai pedig nagyon erősek. A hinta kötele 3 m hosszú.

Peti Jr. úgy hintázik, mint a legtöbb gyerek: leül a hintára, és előre-hátra dülöngél. Tekintsünk rá úgy, mint egy merev testre, amely az üléstől egyenlő távolságra elhelyezkedő két azonos súlyból áll, ahogy az *ábra* is mutatja. Peti Jr. a hinta kötelét használva bármekkora szögsebességgel képes megforgatni magát az ülés körül.



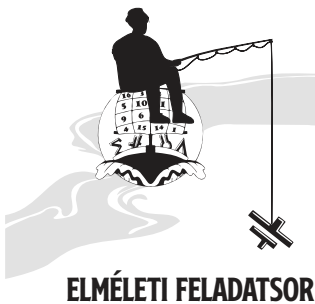
(d) Hogyan tudja Peti Jr. hajtani magát?

Segítség: Egy test mozgása közben a perdülete két komponensből tevődik össze: a tömegközéppont *pályaperdületéből*, és a test tömegközéppont körüli *sajátperdületéből*.

4. feladat

(11 pont)

A Föld hőháztartásában fontos szerepet játszik az üvegházhatás, amelynek lényege, hogy a földfelszín által kibocsátott hősugárzás jelentős részét a légkör elnyeli, és visszajuttatja a felszín közelébe. Ismert, hogy az ilyen módon visszajutó hőáram mértéke az utóbbi évszázadok során drasztikusan megnőtt, ami összefüggésben áll a Föld felszínének 1°C -os melegedésével. Ennek kapcsán sokszor lehet hallani, hogy a jégsapkák elolvadásával megemelkedik a tengerszint, és víz alá kerülnek olyan sűrűn lakott területek, mint a Németalföld vagy a Mexikói-öböl partvidéke.



XVII. DÜRER VERSENY

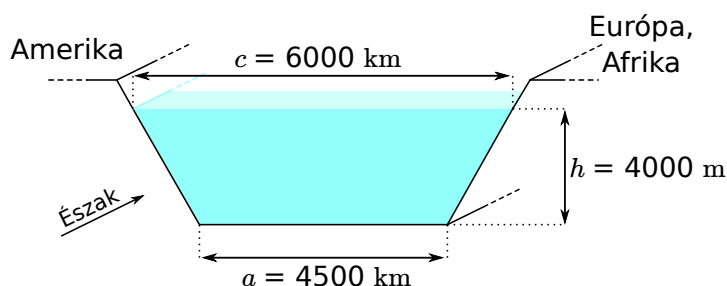
F

KATEGÓRIA

DÖNTŐ – 2024. 02. 09-11.

A valóságban azonban a tengerszint emelkedésében nem a jég olvadása, hanem a víz hőtágulása játszik döntő szerepet.

Mennyivel emelkedett meg az Atlanti-óceán vízszintje a $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ értékű hőmérsékletváltozás hatására? Tekintsük az Atlanti-óceán hőmérsékleteloszlását egyenletesnek, a medrét pedig az *ábrának* megfelelően egy észak–déli irányban fekvő, szimmetrikus trapéz alapú hasábnak, ahol a trapéz rövidebbik oldala 4500 km, hosszabbik oldala 6000 km, magassága pedig 4 km! A víz térfogati hőtágulási együtthatója $T = 15^\circ\text{C}$ hőmérsékleten $\beta = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.



5. feladat

(13 pont)

A Végtelen Kincsek Szigetén él egy varázsló, aki csak akkor adja oda kincseit, ha meg tudjuk mondani mágikus vezetéknek ellenállását. A varázsló elárulja, hogy a vezeték eredetileg egy homogén, egyenletes vastagságú, $3\ \Omega$ ellenállású drót volt, majd ennek középső harmadát kicserélték egy ugyanolyan anyagú, kétszer akkora keresztmetszeti területű drótra, a többi részt érintetlenül hagyva. Később a vékonyabb szakaszokon is végrehajtották ugyanezt az eljárást, vagyis középső harmadukat vastagabbra cserélték, és így tovább a végtelenségig. A drót készítésének első három fázisát az *ábra* mutatja. A kincs megszerzése érdekében határozzuk meg a mágikus vezeték ellenállását!

Első fázis:



Második fázis:



Harmadik fázis:



Megjegyzés: Feltehetjük, hogy a különböző vastagságú szakaszok találkozásánál fellépő felületi jelenségektől eltekinthetünk.

Használható segédeszközök: író- és rajzolóeszközök, számológép, függvénytáblázat.

A feladatok megoldására 180 perc áll a csapatok rendelkezésére.

Sikeres versenyzést kívánunk:

a szervezők