Figyelem! *A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldások számszerű közlése, levezetés és a logikai lépések szöveges indoklása is szükséges (pl. „Newton III. törvénye alapján...")!*

1. feladat (11 pont)

Aki jártasnak vallja magát a Karib-térség 18. századi történelmében, aligha ne ismerné Lachlan Wallace, a hírhedt kalózkapitány legendáját, akit gyakran csak *Vörös Góliát* néven emlegetnek. A jó hét láb magas, kivételes erejű haramia és hajója, a *Dagálytörő* egy évtizeden keresztül tartotta rettegésben az Újvilág tengereit.

A szóbeszéd szerint egy alkalommal a Góliát tengeri csatában aratott diadalt hét angol hadihajó felett, ám az ütközet során a Dagálytörő vitorláját az ellenséges ágyúgolyók garmadája miszlikbe szaggatta. Miután a puskaporos fellegek szertefoszlottak, a legénység nehéz helyzetbe került: valahogy el kellett jutniuk hajójukkal a legközelebbi kifosztható kikötőhöz, hogy ott új vitorlához juthassanak. A történet egyik változata szerint maga a kapitány oldotta meg a helyzetet, aki a hajóköteleket fogai közé szorítva kezdte úszva vontatni a Dagálytörőt a szárazföld felé. Egy másik elbeszélésben az elsőtiszt állt elő furfangos ötlettel, miszerint ágyúikat a hajó tatjára tolva, ott rögzítve, majd sorozatosan tüzet nyitva hozták mozgásba a hajót. Hogy a történet miként végződött, azt már elfedi a távoli múlt homálya...

Vizsgáljuk meg, lehetséges-e egy hajónak a legenda által megénekelt sortüzes meghajtása! Feltételezhetjük, hogy az M tömegű hajóról egyenletes T időközönként távozik egy-egy m tömegű ágyúgolyó v relatív kezdősebességgel. A nyugodtnak tekinthető tengerben a hajó haladását sebességével egyenesen arányos, k tényezőjű közegellenállás fékezi. Mekkora lesz a hajó stacionárius átlagsebessége hosszú idő után, és hogyan függ ez a hajó tömegétől? Magyarázzuk meg az eredményt!

2. feladat (12 pont)

Albert, a dürkutató a Düránusz nevű idegen bolygón végez kísérleteket. A bolygó mérete és a felszínén uralkodó fizikai körülmények hasonlóak Földéhez, viszont a bolygó óceánjai és tengerei (merthogy ilyenek is találhatók ott) nem vízből, hanem a *düradék* nevű rejtélyes anyagból állnak. Ez az anyag ugyan légköri körülmények között nagyon hasonlít a vízhez, de mivel összenyomható, ezért az óceánok mélyebb rétegei máshogy viselkednek, mint a Földön.

Albert egy kísérlet során a Torricelli-féle kiömlési törvényt próbálja feltérképezni düradék esetén, és ebből következtetni annak viselkedésére. A kísérletben egy edény oldalfalán lyukat fúrva megmérte, hogy mekkora a kiáramló düradék sebessége a düradékszint magasságának függvényében. Azt figyelte meg, hogy ha a lyuk felett a düradékszint alacsonyabban van, mint $h_0 = 5{,}1\,\mathrm{m}$, akkor a kifolyás sebessége a víznél látottal megegyező viselkedést mutat, de h_0-nál nagyobb magasságok esetén a sebesség állandósul:

$$v_{\mathrm{kif}}(h) = \begin{cases} \sqrt{2gh} & \text{ha } h \le h_0, \\ \sqrt{2gh_0} \approx 10\,\mathrm{m/s} & \text{ha } h > h_0. \end{cases}$$

(a) Hogyan függ a düradék sűrűsége a hidrosztatikai nyomástól?

(b) Átlagosan milyen mélyek a düránuszi óceánok, ha a bolygón található düradék teljes tömege a földi vízkészlethez hasonlóan nagyjából $M_\mathrm{d} = 1{,}4 \cdot 10^{21}$ kg, és a düradék csupán a bolygófelszín $x = 71\,\%$-át borítja?

Adatok: A megoldás során felhasználhatjuk, hogy a nehézségi gyorsulás értéke $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s}$, a düradék sűrűsége légköri nyomáson $\varrho_0 = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$, a Düránusz sugara pedig $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m.

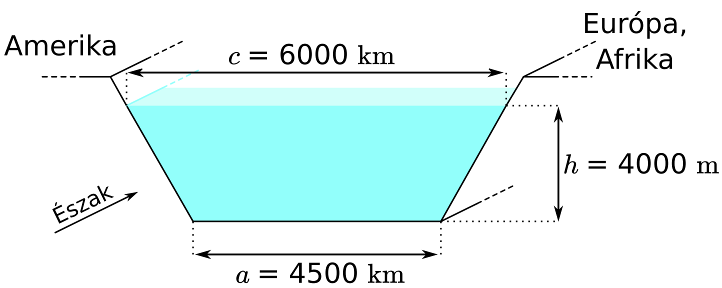
Megjegyzés: Az edény falán kifolyó düradék a légköri nyomásra kilépve kitágul, de az ehhez szükséges idő sokkal hosszabb a mért sebességre való beállás idejénél.

3. feladat (11 pont)

A Föld hőháztartásában fontos szerepet játszik az üvegházhatás, amelynek lényege, hogy a földfelszín által kibocsátott hősugárzás jelentős részét a légkör elnyeli, és visszajuttatja a felszín közelébe. Ismert, hogy az ilyen módon visszajutó hőáram mértéke az utóbbi évszázadok során drasztikusan megnőtt, ami összefüggésben áll a Föld felszíni hőmérsékletének növekedésével. Klímamodellek szerint az üvegházhatás során visszajuttatott többletenergia nagyjából fele annak köszönhető, hogy az elmúlt száz év során a légkör szén-dioxid koncentrációja kb. másfélszeresére nőtt.

(a) Mekkora földfelszíni átlaghőmérséklet-emelkedést jelentett az üvegházhatás növekedése, ha ismert, hogy a légkörben c koncentrációban jelen lévő szén-dioxid által visszajuttatott felületi hőáramsűrűség $J_{\mathrm{CO_2}} = 6{,}6\,\mathrm{W/m^2} \cdot \ln(c/c_0)$, ahol c_0 egy konstans referenciaérték? A földfelszín átlaghőmérséklete jelenleg $T = 15\,°\mathrm{C}$.

A felmelegedés kapcsán sokszor lehet hallani, hogy a jégsapkák elolvadásával megemelkedik a tengerszint, és víz alá kerülnek olyan sűrűn lakott területek, mint a Németalföld vagy a Mexikói-öböl partvidéke. A valóságban azonban a tengerszint emelkedésében nem a jég olvadása, hanem a víz hőtágulása játszik döntő szerepet.



(b) Mennyivel emelkedett meg az Atlanti-óceán vízszintje az (a) részben kiszámolt hőmérsékletváltozás hatására? Tekintsük az Atlanti-óceán hőmérsékleteloszlását egyenletesnek, a medrét pedig az *ábrának* megfelelően egy észak–déli irányban fekvő, szimmetrikus trapéz alapú hasábnak, ahol a trapéz rövidebbik oldala 4500 km, hosszabbik oldala 6000 km, magassága pedig 4 km! A víz térfogati hőtágulási együtthatója $T = 15\,°\mathrm{C}$ hőmérsékleten $\beta = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\,°\mathrm{C}^{-1}$.

Megjegyzés: A hősugárzás mértékét a Stefan–Boltzmann-törvény adja meg, amely szerint egy T abszolút hőmérsékletű test által kibocsátott felületi hőáramsűrűség $J_{\text{sug}} = \varepsilon\sigma T^4$, ahol ε a test emissziós képessége, $\sigma = 5{,}67\cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2K^4)}$ pedig a Stefan–Boltzmann-állandó. A földfelszínt tekinthetjük abszolút feketetestnek, amelyre $\varepsilon = 1$.

4. feladat (14 pont)

Keskeny kapilláriscsövet n törésmutatójú, ϱ sűrűségű folyadékba lógatunk, ennek hatására abban függőleges folyadékoszlop jön létre. A felületi feszültségből adódó illeszkedési szög derékszöghöz közeli, azaz a folyadékoszlop felszíne közel vízszintesnek tekinthető. A rendszert felülről megvilágítjuk egy, a csővel megegyező vastagságú, fénynyalábbal, amelynek erősségét S energiaáramsűrűség jellemzi – azaz ekkora Poynting-vektorának nagysága. Hogyan változik meg ekkor a folyadékoszlop magassága?

Útmutatás: Használjuk fel, hogy a *Fresnel-formulák* értelmében a merőlegesen beeső fénysugaraknak csupán egy része törik meg. A közeghatáron áthaladó energiahányadot a

$$T = \frac{4n}{(n+1)^2}$$

áteresztési – idegen szóval transzmissziós – tényező jellemzi.

5. feladat (17 pont)

Egy I árammal átjárt hosszú, egyenes vezetéket szintén hosszú, R sugarú, vékony hengerhéj mellett rögzítünk oly módon, hogy párhuzamos tengelyeik távolsága d. A kezdetben szobahőmérsékletű hengerhéjat

(a) tömör alumínium

(b) sűrű szövésű alumíniumháló

alkotja. Ezt követően a rendszert az abszolút nulla fok körüli hőmérsékletre hűtjük, ezzel szupravezető állapotba hozva a hengert. Mekkora erő hat a vezeték egységnyi hosszú darabjára, amennyiben az abban folyó áram irányát megfordítjuk?

Használható segédeszközök: író- és rajzolóeszközök, számológép, függvénytáblázat.
A feladatok megoldására 180 perc áll a csapatok rendelkezésére.
Sikeres versenyzést kívánnak:

a szervezők