XVII. DÜRER VERSENY

F KATEGÓRIA

MÉRÉS FELADATSOR

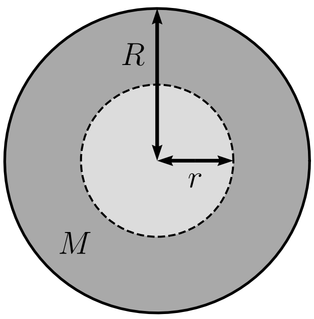
DÖNTŐ – 2024. 02. 09–11.

Figyelem! *A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldás számszerű közlése, a mérés lépéseit tartalmazó jegyzőkönyv és a végeredmény hibájára vonatkozó becslés is szükséges!*

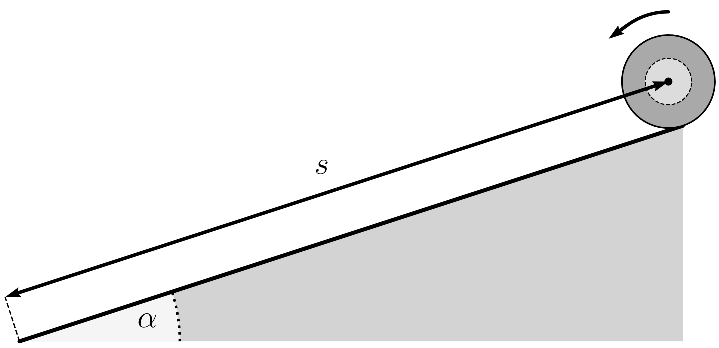
A mérés célja

A mérés során hengerszimmetrikus, ismeretlen tömegeloszlású minta haladó- és forgómozgását tanulmányozzuk. Célunk a test belső felépítését jellemző paraméterek meghatározása annak darabokra bontása vagy más módosítása nélkül, lényegében *mechanikai feketedoboz*ként kezelve. Az alkalmazott módszer a test különböző szögű lejtőkön való tisztán gördülő mozgásának vizsgálata, ekkor a leérkezési idők mérése lehetőséget ad a belső szerkezet feltérképezésére.

Elméleti bevezető



Tekintsünk a fentiek mentén egy R sugarú, h magasságú, M tömegű, hengerszimmetrikus mintát, amelynek belsejében a tengellyel párhuzamosan r sugarú üreg helyezkedik el a *bal oldali ábrának* megfelelően. A test tömegeloszlása az r és R sugarak között homogénnek tekinthető. A minta alapjait elhanyagolható tömegű fedőlapok takarják, ezzel egy olyan mechanikai feketedobozt kialakítva, amelyben a belső szerkezetet egyetlen szabad paraméter, az r sugár jellemzi.



A vizsgált testet egy s hosszúságú, α hajlásszögű, kellően érdes lejtő tetején elengedve az tisztán gördülő mozgást végez, azaz a lejtővel érintkező pontjának relatív sebessége mindvégig zérus, ezt szemlélteti a *fenti ábra.* A mozgás teljes t idejének ismeretében visszakövetkeztethetünk a minta egyenletes a gyorsulására, amely az r és R geometriai paraméterek egyértelmű függvénye. Ha ezen felül lemérjük az R külső sugarat is, akkor végső soron meghatározható a belső üreg ismeretlen r sugara, vagyis a minta felbontása nélkül információt szerezhetünk annak szerkezetéről, tömegeloszlásáról: ez a mérés célja.

A későbbi számítások során szükség lesz a minta szimmetriatengelyére vonatkozó Θ tehetetlenségi nyomatékára is. Dimenzióanalízis segítségével megállapítható, hogy ez az M tömeggel és az R sugár négyzetével arányos, tehát felírható

$$\Theta = \lambda M R^2$$

alakban, ahol λ egy dimenziótlan paraméter. Ennek pontos értéke a test geometriájától függ, részletesebb vizsgálódással belátható, hogy a következő alakot ölti:

$$\lambda = \frac{R^2 + r^2}{2R^2}.$$

Ellenőrzésként észrevehető, hogy az $r = 0$ és $r = R$ esetekben a fenti képletek rendre visszadják a tömör korong $\Theta = MR^2/2$, illetve a keskeny körgyűrű $\Theta = MR^2$ tehetetlenségi nyomatékait.

Mérési eszközök

A mechanikai feketedobozként használt minta alapjában véve egy közönséges *szigetelőszalag*, amelyet a jobb oldali *ábra* szemléltet. A hengeres test két alapját vékony kartonpapírok borítják, ezáltal a belső, szintén hengeres üreg sugara ismeretlen. A tekercs vázát alkotó papírhenger és a kartonlapok tömege elhanyagolhatónak vehető.

A feladat során a minta mellett rendelkezésre áll egy $s = 120\,\mathrm{cm}$ hosszúságú *deszka*, egy *kartondoboz*, valamint egy *vonalzó* is. A deszkát a kartondobozokkal alátámasztva létrehozható egy változtatható hajlásszögű lejtő, amelyen a test gördülő mozgása vizsgálható. A leérkezési idő méréséhez a minden csapat számára kiadott digitális *stopperóra* használható. A nehézségi gyorsulás a következőkben minden esetben közelíthető úgy, mint $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$.

Elméleti feladatok

1. feladat (1 pont)

Fejezzük ki a minta belső üregének r sugarát az R külső sugár, továbbá az elméleti bevezetőben definiált λ paraméter segítségével!

2. feladat (5 pont)

Számítsuk ki a minta gyorsulását, amennyiben az, egy α hajlásszögű lejtőn, tisztán gördülő mozgást végez. Adjuk meg ismét az eredményt a λ dimenziótlan paramétert felhasználva!

Mérési feladatok

3. feladat (1 pont)

Mérjük meg a minta külső sugarát!

4. feladat (12 pont)

A kartondobozzal alátámasztva a deszkát, hozzunk létre egy nem túl meredek lejtőt, és mérjük meg legfelső pontjának h magasságát! A lejtő tetejéről engedjük el kezdősebesség nélkül a mintát, és mérjük meg a lejtő aljáig való leguruláshoz szükséges időt! Érdemes az időmérést többször is elvégezni (t_1, t_2, …, t_5), és a későbbiekben a mért értékek t átlagával számolni, de eközben fontos figyelni arra, hogy az egymást követő gurítások között a lejtő meredeksége ne változzon. Fontos továbbá, hogy az időt a lejtő teljes hosszában mérjük, és hogy a minta a gurulás során végig a lejtővel párhuzamosan haladjon.

A kartondoboz elcsúsztatásával változtassuk meg a lejtő meredekségét, és mérjük a guruláshoz szükséges időt a fent leírt módon legalább 10 különböző magasság esetén! Végig ügyeljünk arra, hogy a lejtő ne legyen túl meredek ahhoz, hogy a minta gurulás közben megcsússzon!

A mért adatok lejegyzésére az alábbi táblázat használható. Számoljuk ki, és írjuk fel minden meredekség esetén a lejtő α hajlásszögének szinuszát, valamint a mért idők alapján számolható a gyorsulást is, és ábrázoljuk milliméterpapíron az így kapott a értékeket a hozzájuk tartozó $\sin\alpha$ függvényében!

h [m]	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]	t_4 [s]	t_5 [s]	t [s]	$\sin\alpha$	a [m/s^2]

5. feladat (4 pont)

Gondoljuk végig és röviden diszkutáljuk, hogy milyen tényezők járulnak hozzá az adatok értékének mérési hibájához! Körülbelül mekkora mértékű bizonytalanságot eredményeznek ezek $\sin\alpha$ és a értékében? Tüntessük fel ezt a bizonytalanságot a grafikonon!

6. feladat (12 pont)

Illesszünk az ábrázolt adatpontokra egyenest, határozzuk meg a meredekségét, és az elméleti feladatokban kapott összefüggések segítségével számoljuk ki λ és r értékét!

A legjobbnak vélt illesztés mellett illesszük meg azt a minimális és maximális meredekségű egyenest is, amelyek még éppen „hihetőek”, azaz, amelyek még áthaladnak nagyjából az összes adatpont hibatartományán! Határozzuk meg ezek meredekségét is, és számoljuk ki belőle λ és r értékének bizonytalanságát!

Megjegyzés: Az illesztésnél figyeljünk arra, hogy az elmélet mit mond a nulla meredekségű lejtőn való gyorsulásról, és ennek megfelelő egyenest illesszünk!

Segítség: λ és r bizonytalansága meghatározható úgy, hogy kiszámoljuk a hozzájuk tartozó minimális és maximális értékeket, de alkalmazhatjuk a hibaterjedés szabályait is.

A mérés elvégzésére és a jegyzőkönyv megírására 90 perc áll a csapatok rendelkezésére.
Sikeres versenyzést kívánnak:

a szervezők