XVII. DÜRER VERSENY

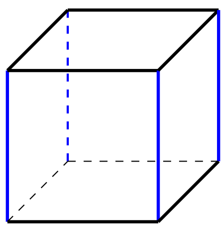
C KATEGÓRIA

VÁLTÓ MEGOLDÁSOK

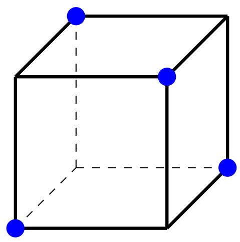
DÖNTŐ – 2024. 02. 09–11.

C1. Erik kiválasztotta egy kockának néhány élét úgy, hogy semelyik két kiválasztott élnek ne legyen közös végpontja. Legfeljebb hány élt választhatott ki?

Megoldás: Erik ki tud választani 4 élt, például az alábbi módon:



Gondoljuk meg, hogy 4-nél több élt nem választhatott ki. Ehhez vizsgáljuk a következő 4 csúcsot:



A kocka minden éle valamelyik kék csúból indul ki, így egy adott kék csúcsból kiinduló három él közül legfeljebb egyet választhatott ki Erik. Tehát ahogy mind a 4 kék csúcshoz legfeljebb egy kiválasztott él tartozik, összesen legfeljebb 4 élt választhatott ki Erik.

C2. Zorka kíváncsi volt, hogy Panna kapitány hány éves, ezért megkérdezte tőle. Ő erre azt felelte, hogy pont 25 évvel idősebb, mint Tamás nevű fia. Hány éves Panna kapitány, ha Zorka tudja, hogy Tamás 12 év múlva pont fele olyan idős lesz, mint most Panna?

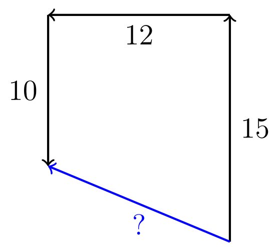
Megoldás: Jelölje Panna kapitány életkorát (években) x, Tamásét pedig y. Panna 25 évvel idősebb, mint Tamás, ezért $x = y+25$. Tamás 12 év múlva fele annyi idős lesz, mint most Panna, ezért $y+12 = \frac{x}{2}$. Az egyenletrendszert megoldva $x = 26$ adódik, tehát Panna 26 éves.

C3. Melyik az egyetlen olyan 4-gyel osztható háromjegyű szám, aminek az első jegye eggyel nagyobb az utolsónál, továbbá az első és utolsó jegyének szorzata eggyel kisebb a középsőnél?

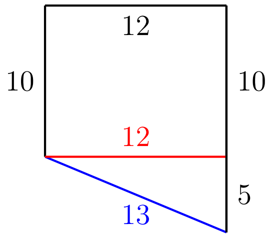
Megoldás: Legyen a háromjegyű szám $\overline{xyz}$ alakú, ahol $x > 0$ és $x, y, z \leq 9$. Tudjuk $x = z + 1$ és $x \cdot z + 1 = y$. Ha $x \geq 4$, akkor $z \geq 3$, így $y \geq 4 \cdot 3 + 1 > 9$, ami lehetetlen. Így csak a következő esetek lehetségesek aszerint, hogy x értéke mennyi: $x = 1, y = 1, z = 0$ vagy $x = 2, y = 3, z = 1$ vagy $x = 3, y = 7, z = 2$. Ezek közül csak a 372 osztható néggyel, így a válasz 372.

C4. A Dürerencicás-tengeren Albert kapitány hajójával 15 km-t hajózott egyenesen, majd derékszögben balra fordult és újabb 12 km-en át szelte a habokat egyenes vonalban, ezt követően ismét derékszögben balra fordult és újabb 10 km-t tett meg hajójával egyenesen, így követve egy kincses térkép pontos utasításait, eljutva az áhított kincses szigetre. Legfeljebb hány kilométert spórolhatott volna meg Albert, ha már előre tudta volna, hogy hol van a kincses sziget és rögtön oda ment volna egyenesen?

Megoldás: Albert kapitány a következő (fekete) útvonalat tette meg a legrövidebb kék útvonal helyett:



Húzzuk be a következő (vízszintes) piros segédvonalat, ezzel kapunk egy 12 és 5 befogójú derékszögű háromszöget, így a keresett kék hossz $\sqrt{12^2+5^2} = 13$. Így Albert kapitány $15+12+10 = 37$ km-t tett meg, míg a legrövidebb út 13 km, azaz Albert 24 km-t spórolhatott volna meg.



C5. Kartal egy 5×5-ös táblázat mezőit kitölti 1-től 25-ig az egész számokkal, minden mezőbe egy számot írva és minden számot egyszer felhasználva. Ezek után Benedek minden sor után, Dani pedig minden oszlop alá odaírja a benne szereplő számok összegét. Jóska kivonja a Benedek által leírt legnagyobb számból a Dani által leírt legkisebb számot. Mi a lehető legnagyobb szám, amit Jóska eredményül kaphatott?

Megoldás: Vegyük észre, hogy bárhogy választunk ki egy sort és egy oszlopot, lesz egy közös mezőjük. Ezt a mezőt egyszer hozzáadtuk, egyszer kivontuk, így a végeredményből kiesik. Nézzük a Benedek-féle legnagyobb sor másik 4 mezőjét (cél, hogy ezek összege a lehető legnagyobb legyen), és ebből vonjuk ki a Dani-féle legkisebb oszlop másik 4 mezőjét (cél, hogy ezek összege a lehető legkisebb legyen). A legjobb, amit kaphatunk, $25+24+23+22-(1+2+3+4) = 25+24+23+22-10 = 84$.

C6. Egy digitális kijelző egy 1 és 9999 közti egész számot képes kijelezni, és egyesével számol másodpercenként, vagy mindig növekvő, vagy mindig csökkenő irányban. Sajnos az egyesek helyiértékén álló számjegynek kiégett a jobb felső vonalkája (minden más működik). Béla valamennyi ideig folyamatosan nézte a kijelzőt, és ez alapján nem tudta eldönteni, hogy a számlálás felfelé, vagy lefelé megy-e. Legfeljebb hány különböző számot próbált a kijelző megjeleníteni ezalatt?
Amikor a kijelző eléri növekvő irányban a 9999-et, vagy csökkenő irányban az 1-et, megáll. A kijelző a szám előtt nem jelez ki nullákat, és a négy rész rendre az ezresek, százasok, tízesek és egyesek helyén lévő számjegyet mutatja.

A bal oldalon látható példaként, hogy a kijelző hogyan jelzi ki a 637 számot. A jobb oldalon pedig az látszik, hogy a kijelző (ha minden pálcika jól működne) melyik számjegyet hogyan jelezné ki.

Megoldás: A kiégett vonalka miatt a kijelzőn ugyanúgy jelenik meg az ötös és a kilences, illetve a hatos és a nyolcas számjegy. Ha az egyes helyiértéken lévő szám ötöstől nő kilencesig, vagy ha kilencestől csökken ötösig, eközben nem dönthető el, hogy melyik eset áll fenn, hiszen a nagyobb helyiértéken álló számok sem változnak eközben. Lehetséges tehát, hogy öt számot is megjelenített a képernyő, amíg Béla nézte azt.
Ha a kijelző egyes helyiértéke nulla és négy közöttről indul (a határokat is beleértve), amikor Béla ránéz, akkor rögtön az első változásnál eldönthető, hogy nő vagy csökken (mivel ezen számok nem keverhetőek össze semelyik másik számmal sem, illetve két-két szomszédjuk sem keverhető össze egymással). Így tehát elég olyan számlálásokat vizsgálni, amelyeknél a kijelző egyes helyiértéke öt és kilenc közöttről indul. Egy ilyen lefelé menő számlálás utolsó számjegye legfeljebb öt lépés alatt elér négyesre. Hogyha a kijelző egyes helyiértéke eljut a négyes számjegyig, akkor már meg tudjuk mondani, hogy a számlálás felfelé vagy lefelé megy. Ezért legfeljebb öt hosszú lehet egy olyan számsorozat, amelyről nem dönthető el, hogy nő vagy csökken, azaz legfeljebb 5 különböző számot próbált a kijelző megjeleníteni ezalatt.

C7. Egy bűnöző polipnak nyolc csápja van. Amikor a rendőrök elfogják, négy bilincs segítségével, párosával akarják lebilincselni a csápjait. Minden csápot pontosan egy másikkal bilincselnek össze. Hányféleképpen tudják ezt megtenni?
Két bilincselési mód akkor különböző, ha van olyan csápja, amelyik másikkal van összebilincselve.

Megoldás: Az első összebilincselendő csáppárt $\binom{8}{2}$-féleképpen, a második párt a maradék 6 csápból $\binom{6}{2}$-féleképpen, a harmadik párt $\binom{4}{2}$-féleképpen választhatjuk ki, a megmaradó két szám lesz az utolsó pár. A párok kiválasztásának sorrendje azonban nem számít, ezért azok 4! lehetséges sorrendjeinek számával még le kell osztani. Összességében tehát $\frac{\binom{8}{2}\cdot\binom{6}{2}\cdot\binom{4}{2}}{4!} = 105$-féleképpen bilincselhetőek össze a polip csápjai.

C8. A Betűk Birodalmában választásokat tartanak, ahol a három jelölt A, B és C. Összesen 40 szavazó dönt, akik 8 darab 5 fős csapatba oszlanak, majd minden csapat 2 főszavazatot ad le. Pontosan azok a jelöltek kapnak egy csapattól főszavazatot, akiket az adott csapat legalább 2 tagja támogat. Ha csak egy ilyen jelölt van, akkor 2 főszavazatot kap a csapattól, ha pedig kettő, akkor ők 1-1 főszavazatot kapnak. Mind a 40 szavazó pontosan egy jelöltet támogat: A-t 16-an, B-t 12-en és C-t is 12-en. Jelölje x, illetve y azt, hogy a 16 főszavazatból legalább, illetve legfeljebb hányat kaphat A. Mennyi $x \cdot y$?

Megoldás: Be fogjuk látni, hogy $x = 4$ és $y = 10$. Ez alapján $x \cdot y = 40$.

Ha a lehető legkisebb szavazatszámot szeretnénk elérni, akkor legyen 2 olyan csapat, ahol mindenki A-t támogatja, és 6 csapat, ahol pontosan egy darab A-t támogató van. Ekkor A 4 főszavazatot kap.

Ennél kevesebb nem elérhető, mert ha legfeljebb 3 főszavazatot kapna, akkor lenne legalább 5 olyan csoport, akitől nem kap főszavazatot, azaz legfeljebb egyvalaki támogatta A-t minden csoportban. Ha lenne egy hatodik ilyen csoport is, akkor itt is legfeljebb egy támogatója lenne A-nak, így a másik két csoportban 5-5 A támogatónak kell lennie, ami 4 főszavazathoz vezet. Ha A 3 csoportból kap főszavazatot, akkor ezekből a csoportokból legalább 11 támogatást kap, így kell lennie egy csapatnak, ahol legalább 4-en A-t támogatják, ahonnan 2 főszavazat jön. Így minden esetben legalább 4 főszavazatot kap A.

Ha A-nak a lehető legtöbb főszavazatot akarjuk elérni, akkor tekintsük azt az esetet, amikor van 5 olyan csoport, ahol hárman A-t, és egy-egy ember B-t és C-t támogatja. A további három csoportban nem számít, hogy mik a szavazatok (itt összesen 1 darab A támogatás van, ami nem ér főszavazatot). Így A 5 csoportban 2 főszavazatot kap, azaz összesen 10-et.

Tegyük fel, hogy lehet olyat is csinálni, ahol A legalább 11 főszavazatot kap, ekkor legalább 3 csapattól két főszavazatot kap. Ezekben a csapatokban legalább 3 ember A-t támogatja. Ha pontosan 3 csapatban kap 2 főszavazatot, akkor a többi 5 csapatban összesen legfeljebb 7 támogatást kap, azaz legfeljebb 3 további főszavazatot kap, ami összesen csak 9. Ha A 4 csapattól kap 2 főszavazatot, akkor a többi csapatban összesen legfeljebb 4-en támogatják, így ezekből legfeljebb 2 további csapatból kap főszavazatot, ami összesen 10. És végül, ha 5 csapatból kap 2 főszavazatot, akkor a többi csapatban összesen legfeljebb 1 támogatása van, így ekkor is legfeljebb 10 főszavazatot kaphat. 5-nél több csapatban nem kaphat 2 főszavazatot.

Tehát a megoldás tényleg 40.

Megjegyzés: Egy nagyon hasznos ötlet, ami segíthet megsejteni, hogy hogyan tudunk minél több, vagy minél kevesebb főszavazatot kiosztani, ha "leosztjuk" a főszavazatokat az emberekre. Tehát legyen egy A-ra szavazó ember támogatásának *hasznossága*, a csoportjában A-ra adott főszavazatok száma osztva a csoportban A-t támogató emberekkel. Ekkor, ha a 16 A-t támogató ember hasznosságát összeadjuk, akkor éppen azt kapjuk, hogy A hány főszavazatot kap. Nézzük meg, hogy mekkora lehet a csoportokban a támogatás hasznossága aszerint, hogy hányan szavaztak A-ra.

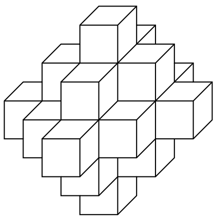
- 5 ember támogatta $\rightarrow$ 2 szavazat: egy támogatás hasznossága $\frac{2}{5}$
- 4 ember támogatta $\rightarrow$ 2 szavazat: egy támogatás hasznossága $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
- 3 ember támogatta és a másik két tag ugyanazt a jelöltet támogatja (pl: $AAABB$) $\rightarrow$ 1 szavazat: egy támogatás hasznossága $\frac{1}{3}$
- 3 ember támogatta és a másik két tag különböző jelölteket támogat ($AAABC$) $\rightarrow$ 2 szavazat: egy támogatás hasznossága $\frac{2}{3}$

- 2 ember támogatta, ilyenkor skatulyaelv miatt biztos, hogy a maradék három ember közül lesz kettő, aki ugyanazt támogatja (pl: $AABBC$) $\to$ 1 szavazat: egy támogatás hasznossága $\frac{1}{2}$
- 1 ember támogatta $\to$ 0 szavazat: egy támogatás hasznossága $\frac{0}{1} = 0$
- 0 ember támogatta $\to$ ekkor itt nincs A-ra szavazó ember, így nincs értelme a hasznosságáról beszélni.

Emiatt ha sok főszavazatot akarunk, akkor érdemes olyan csoportokat csinálni, ahol nagy a hasznosság, tehát amiben 3 A támogatás és még egy-egy B és C támogatás van, ezek után még esetleg azok a nem rosszak ($\frac{1}{2}$ hasznossággal) ahol 2 vagy 4 támogatást kap A. Ha pedig kevés főszavazatot akarunk, akkor érdemes sok olyan csoportot csinálni, amiben pontosan 1 darab A-t támogató van, és emellett még az nem rossz ($\frac{1}{3}$ és $\frac{2}{5}$ hasznosság), amikor hárman támogatják A-t, és a másik két ember ugyanarra szavaz, vagy amikor mind az 5-en A-t támogatják.

C9. Összeragasztottunk 25 szabályos dobókockát az ábrán látható módon úgy, hogy bármely két összeragasztott lapon a pöttyök száma megegyezik. Legfeljebb mennyi lehet a felszínen található pöttyök száma?

A pöttyöktől eltekintve a test a másik irányból nézve is ugyanígy néz ki. Egy dobókockát szabályosnak nevezünk, ha a szemközti lapokon a pöttyök száma összesen 7.



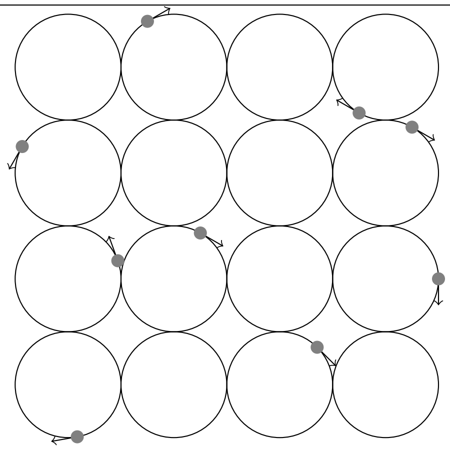
Megoldás: Mivel az összeragasztott oldalakon azonos számú pötty van, és a ”kockaoszlopok” páratlan számú kockából állnak, így minden összeragasztott ”kockaoszlop” két végén a pöttyök száma 7 (állandó). A ”kockaoszlopok” három irányban állnak. Bármely irányból nézve az alakzatot, azonos számú kockaoldal látszik (13). Minden látszódó kockaoldal pontosan egy irányból nézve egy ”kockaoszlop” vége. A felszínen található pontok száma: $7 \cdot 3 \cdot 13 = 273$.

C10. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek a fele négyzetszám, a harmada pedig köbszám?

Megoldás: Ismert, hogy egy szám akkor és csak akkor négyzetszám, ha a prímtényezős felbontásában minden kitevő osztható 2-vel, illetve akkor és csak akkor köbszám, ha minden kitevő osztható 3-mal. Legyen n a legkisebb olyan pozitív egész szám, amely teljesíti a feladat feltételeit. Ekkor $n/2$ négyzetszám, ezért n prímtényezős felbontásában 2 kitevője páratlan, 3 kitevője pedig páros. $n/3$ köbszám, ezért n prímtényezős felbontásában 2 kitevője 3-mal osztható, 3 kitevője pedig 3-mal osztva egy maradékot ad. Így tehát n-ben 2 kitevője 3, mert a 3 a legkisebb pozitív szám, amely páratlan és 3-mal osztható; 3 kitevője pedig 4, mert a 4 a legkisebb pozitív szám, amely páros és 3-mal osztva 1 maradékot ad. Világos, hogy az is csak növel a számon, ha van más prímtényezője a 2-n és 3-on kívül. Tehát $2^3 \cdot 3^4 = 648$ teljesíti a feladat feltételeit.

C11. Az ábrán látható körvonalakon 9 hangya járkál, mindannyian azonos, állandó sebességgel, anélkül, hogy megfordulnának vagy megállnának. Amikor egy hangya két kör érintési pontjára ér, választhat, hogy a két egymást érintő körvonal közül melyiken halad tovább előre, de ekkor sem fordulhat meg. Amikor két hangya szembetalálkozik egymással, akkor az egyik átmászik a másikon, és ha útjuk során korábban még nem találkoztak, akkor egyikük felkiált. Legfeljebb hányszor kiálthatnak fel a hangyák összesen, ha kezdetben az ábrán látható helyekről a megjelölt irányokba indulnak el?

Tudjuk, hogy a megadott kezdőhelyzetből indulva nem fordulhat elő olyan, hogy két hangya úgy találkozik, hogy éppen ugyanabba az irányba néznek.

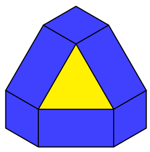


Megoldás: Egy hangya egy körön óramutató járásával megegyezően vagy ellentétesen mehet. Amikor egy hangya kört vált, akkor a haladási iránya mindig megváltozik, amikor pedig nem vált kört, akkor nem változik. Ezért sakktáblaszerűen váltakoznak egy adott hangya esetén az óramutató járásával megegyező és ellentétes irányú haladási irányok az ábrán. Így egy adott kezdőpontból induló hangya esetén csak a kiindulási helyzetből egyértelműen következik, hogy a hangya melyik körön melyik irányba halad, ha arra jár.

A második sorban levő két hangya a bal felső körön óramutató járásával megegyezően megy, a többi hét hangya mind ellentétesen. A feltétel miatt az ugyanolyan irányba néző hangyák nem találkoznak, ezért csak a két különböző irányú csoportba tartozó hangyák találkozhatnak. Közülük pedig mindenki találkozhat mindenkivel a másik csoportból. Példa erre, ha az összes hangya ugyanazon a körön mászik.

Ezért a válasz 14, a 2 hangya egyenként mind a 7 másik hangyával találkozhat.

C12. Óxisz szigetének tengerpartján egy szabályos háromszög alapú homokvárat építettek, melyet vizesárokkal vettek körül az ábrán látható módon, aminek alapja téglalapokból és rombuszokból épül fel. A vizesárok mélysége a téglalap alapú részeken 35 cm, a rombusz alapú részeken $\sqrt{12}$ dm. A homokvár oldalai 2 méter, a rombuszok oldalai 1 méter hosszúak. Hány liter vízre volt szükség a vizesárok teletöltéséhez?



Megoldás: Egy téglalap alakú vizesárok-rész térfogata 1 m $\cdot$ 2 m $\cdot$ 35 cm= 1 m $\cdot$ 2 m $\cdot$ 0,35 m = 0,7 m^3.

A belső szabályos háromszög alapú homokvár egy csúcsánál az alábbi szögeket látjuk: $60^\circ + 90^\circ + 120^\circ + 90^\circ = 360^\circ$, ez alapján egy rombusz alakú vizesárok-rész szögei $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ és területe épp kétszerese egy 1 méter oldalhosszú szabályos háromszög területének. Egy 1 méter oldalhosszú szabályos háromszög magassága $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m.

Tehát egy-egy rombusz alakú vizesárok-rész alapjának területe 1 m$\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$ m. A mélysége $\sqrt{12}$ dm $= \frac{\sqrt{12}}{10}$ m $= \frac{2\sqrt{3}}{10}$ m.

Egy rombusz alakú vizesárok-rész térfogata 1 m $\cdot$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m $\cdot$ $\frac{2\sqrt{3}}{10}$ m $= \frac{2\cdot 3}{2\cdot 10}\text{m}^3 = \frac{3}{10}\text{m}^3 = 0,3\text{m}^3$.

Három téglalap alakú rész és három rombusz alakú rész van, ezért az össz-térfogat $3\cdot(0,3+0,7)\text{m}^3 = 3\text{m}^3$.

Tudjuk, hogy egy köbméter egyenlő 1000 literrel, ezért a vizesárkokban lévő összes víz térfogata 3000 liter.

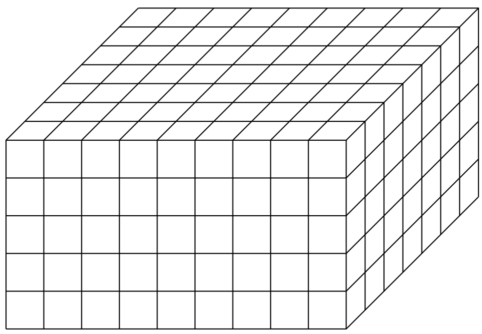
C13. Egy számot nevezzünk *kacsaszámnak*, ha a számot visszafelé kiolvasva az eredetinél nagyobb számot kapunk. Csak az 1-es és 2-es számjegyek felhasználásával hány nyolcjegyű kacsaszám írható le?
Például a 37145 *kacsaszám, mert* $54173 > 37145$.

Megoldás: Összesen 2^8 darab nyolcjegyű szám van, amely csak 1-es vagy 2-es számjegyeket tartalmaz. Ezeket párba állíthatjuk a megfordítottjukkal, ezek közül pontosan az egyik (a kisebbik) lesz kacsaszám, kivéve ha a szám és megfordítottja megegyezik. Ezeket a következőképpen számolhatjuk le: a szám első 4 számjegyét szabadon megválaszthatjuk, és az utolsó 4 jegy ennek megfordítása lesz, tehát palindrom számból 2^4 darab van. Így a kacsaszámok száma $\frac{2^8-2^4}{2} = 120$.

2. Megoldás: Ha az első számjegy 1 és a nyolcadik számjegy 2, akkor a többi számjegytől függetlenül kacsaszám lesz, fordított esetben sosem lesz az. Ilyen fajta szám $2^6 = 64$ db van. Ha azonosak (1 vagy 2), akkor a második és a hetedik számjegyet nézzük. Ha a második számjegy 1 és a hetedik 2, akkor ismét kacsaszám lesz, ilyenből $2 \cdot 2^4 = 32$ db van. Ezt a gondolatmenetet folytatva kapjuk, hogy még azok a megfelelő számok, amiknek első és utolsó, valamint második és hetedik jegye megegyezik, a harmadik 1, hatodik 2, negyedik és ötödik bármi lehet, ez 16 eset, és végül még az lehet, hogy a negyedik 1, ötödik 2, és az első-utolsó, második-hetedik, harmadik-hatodik párok megegyeznek, ez 8 eset. Ezért összesen $64 + 32 + 16 + 8 = 120$ db 1-2-számjegyes nyolcjegyű kacsaszám van.

C14. Azonos méretű kiskockákból összeragasztottunk egy $5 \times 7 \times 9$-es téglatestet, melynek a középső kiskockája piros színű, a többi kiskocka pedig sárga, azonban mind különböző árnyalatú.
Anita leszedett ebből néhány sárga kiskockát (legalább egyet) úgy, hogy egy olyan téglatest maradt, amelynek a felszínén nem látható piros szín. Hányféleképpen nézhetett ki a kapott téglatest?
Anita a téglatest aljáról is szedhetett le kiskockát, és a megmaradt téglatest minden lapja látható volt.

Megoldás: Tekintsük a téglatestet az ábrán látható módon.



A megmaradt téglatestet úgy kaphatta Anita az eredetiből, hogy leszedett valahány réteg sárga kockát rendre a téglatest aljáról, tetejéről, elejéről, hátuljáról, bal, illetve jobb oldaláról. Mivel a piros kocka nem látszik a felszínen, így alulról és felülről legfeljebb 1-1, elölről és hátulról legfeljebb 2-2, balról és jobbról pedig legfeljebb 3-3 réteget szedhetett le Anita. Mivel akár az is lehet, hogy az adott irányból egy réteget sem szedett le, így összesen $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 = 576$-féleképpen válaszhatta meg a leszedett rétegek számát. Mivel ebből 1 esetben egy kockát sem szedett le, így összesen 575 téglatestet kaphatott.

C15. Töltsétek ki a táblázat mezőit az $1, 2, 3, 4, 5, 6$ számjegyekkel úgy, hogy minden sorban és oszlopban minden számjegy pontosan egyszer szerepeljen, és a táblázaton kívülre írt számok azt mutassák, hogy mi a legnagyobb szám, ami előáll az adott sorban/oszlopban két szomszédos mezőben álló szám különbségeként. **Válaszként azt a négyjegyű számot adjátok meg, amit az ábrán szürkével jelölt négy mezőben lévő számjegyek fentről lefelé történő összeolvasásával kaptok!**

	3		3	1		
5						
2						1
5						
3					2	

Megoldás:

	3		3	1		
5				6		
2	2	4	6	5	3	1
5				4		
				3		
				2		
3				1	2	

I. Az 1-es mellé csak 2-es vagy 3-as mehet a különbség miatt, de a 2-est kizárja az oszlopban található 2-es. A 4. oszlopban a különbség miatt csak sorrendben követhetik egymást a számok, és amennyiben fordítva lennének, az utolsó sorban 2-es és 6-os kerülne egymás mellé, ami a sorra vonatkozó 3-as miatt nem lehet. A 2. sorban az első három helyre a 2, 4 és 6 kerül, ebben a sorrendben, mivel a 2-es és a 6-os nem lehet szomszéd, és a 2-es nem kerülhet az 5-ös mellé.

	3		3	1		
5				6	1	
2	2	4	6	5	3	1
5	1	6		4		
	4			3		
				2		
3				1	2	

II. Mivel 5 különbség kizárólag 6-ból 1-ként jöhet ki ezekből a számokból, az 1. sorban mindenképpen egymás mellett van az 1-es és a 6-os, de az egyes nem kerülhet a 3. oszlopba a 6-os mellé az oszlopra vonatkozó 3-as miatt. A 3. sorra vonatkozó 5-ös miatt az 1-es és a 6-os egymás mellett állnak, az 1-es miatt csak a 4-estől balra lehetnek és ott a 6-os csak a 2. oszlopban lehet az oszlopokra vonatkozó számok miatt, és ezután az 1-es sem lehet 3. oszlopban. Az 1. oszlop 4. eleme nem lehet 2-es vagy 3-as, szóval az oszlopra vonatkozó szám miatt 4-es.

	3		3	1		
5				6	1	
2	2	4	6	5	3	1
5	1	6		4		
	4	1	2	3		
			1	2		
3	6			1	2	

III. A 3. oszlopban az 1-es a többi 1-es miatt már csak két helyre kerülhet. Ha a 4. helyre kerül, akkor a 3. oszlopra és a 6. sorra vonatkozó számok miatt az 5., illetve 6. helyre csak 3-as és 4-es kerülhet, ezért a 3. helyre 2-esnek kéne kerülnie, ami nem mehet a 6-os mellé. Tehát a 3. oszlopban a 5. helyre kerül az 1-es, és ez alapján a 2. oszlopban a 4. helyre. A 3. oszlop 4. helyére nem kerülhet 3-as vagy 4-es, tehát, 2-esnek kell lennie. Az utosó sorban a korábban beírt 6-osok és a sorra vonatkozó szám miatt csak az 1. helyre kerülhet 6-os.

	3		3	1		
5		2		6	1	
2	2	4	6	5	3	1
5	1	6	3	4		2
	4	1	2	3		
			1	2	4	
3	6			1	2	

IV. A 3. sorban a korábban beírt 2-esek alapján a 2-es csak az utolsó helyre kerülhet. A korábban beírt 2-esek miatt az 1. sorban a 2-es csak a 2. helyre kerülhet, illetve a korábban beírt 4-esek miatt az 5. oszlopban a 4-es csak a 5. helyre kerülhet. Ezenkívül a korábban beírt 3-asok miatt a 3. sorban a 3-as csak a 3. helyre kerülhet.

	3		3	1		
5	3	2	5	6	1	4
2	2	4	6	5	3	1
5	1	6	3	4	5	2
	4	1	2	3	6	5
	5	3	1	2	4	6
3	6	5	4	1	2	3

V. A 3. oszlopban az 1-es alá az oszlopra vonatkozó szám miatt csak 4-es kerülhet, ami után a másik hiányzó 4-es is beírható. Innen pedig néhány lépés alatt kitölthetőek a maradék hiányzó mezők.

Tehát a keresett négyjegyű szám a 2563.

C16. Ibolya, Hanga, Kamilla és Rózsa virágokat osztanak a Bartolomeu körúton, melynek mindkét oldalán 26-26 ház van. A házak párosával vannak, azaz minden házzal szemben van egy másik ház is az úttest túloldalán. Ibolya és Hanga csak a körút belső oldalán, Kamilla és Rózsa pedig csak a külső oldalán osztják a virágokat. Mind a négyen azonos irányban, ugyanattól a házpártól indulnak, és mindig egyszerre érkeznek meg a soron következőházpárhoz. Az első házpárnál mind a négyen osztanak virágot, majd ezután az út adott oldalán Ibolya és Kamilla minden második házba, Hanga minden harmadikba, Rózsa pedig minden ötödikbe visz virágot. Mennyi virágot osztanak szét összesen, ha addig osztják szét a virágokat ezzel a módszerrel, amíg minden házba jutott legalább egy? *Mind a négyen egyesével osztják a virágokat a meglátogatott házakba. A körút teljes kört zár be.*

Megoldás: Először azt kell meghatározni, hogy hányadik körben és melyik háznál fejezik be a körbejárást a lányok. Ibolya és Kamilla minden 2. házpárnál ad virágot és mivel páros darabszámú házpár van, ezért minden körben a páratlan sorszámúaknak adnak virágot, de már az első körben minden ilyen ház kap virágot. Így azt kell meghatározni, hogy melyik páros sorszámú ház fog utoljára virágot kapni. Az út belső oldalán ezek csak Hangától, a külső oldalon csak Rózsától kaphatnak.

Rózsa az első körben az 5-tel osztva 1 maradékot adó sorszámú házaknak oszt virágot, majd mivel 26 az utolsó ilyen ház, a következő kört a 5-ös háznál kezdi és minden 5-tel osztva 0 maradékot adó háznál oszt. Az ezt követő körökben sorban a 4, 3, majd 2 maradékot adó sorszámú házaknak ad virágot, ezért a külső körön utolsónak legnagyobb olyan sorszámú ház kap, mely 5-tel osztva 2 maradékot ad, azaz a 22-es ház, amely az 5. körben kapja meg.

Hasonlóan a belső körön a páros sorszámú házak Hangától kapnak virágot, először a 3-mal osztva 1, majd 2, végül 0 maradékot adó sorszámú házak, így 3 kör alatt mindannyian el vannak látva.

Ezért utolsónak a belső kör 22-es számú háza kap virágot, a $4 \cdot 26 + 22 = 126$. lépésben.

Ezalatt Ibolya és Kamilla mindketten $\frac{126}{2} = 63$ virágot osztanak ki, Hanga $\frac{126}{3} = 42$-t, Rózsa pedig $\frac{125}{5} + 1 = 26$-ot, mivel a 126. lépésben is kioszt még egyet.

A négy lány összesen tehát $63 + 63 + 42 + 26 = 194$ virágot oszt ki.