



XVII. DÜRER VERSENY

E
KATEGÓRIA

DÖNTŐ – 2024. 02. 09-11.

E-1. A Quadropoly nevű társasjátékban Csaba börtönbe került. Egy játékos úgy próbálhat meg kiszabadulni a börtönből, hogy egyszerre dob két szabályos dobókockával. A próbálkozás akkor sikeres, ha a dobott számok összege 4-gyel osztható. Mennyi annak a valószínűsége, hogy Csaba első próbálkozására kiszabadul? **Válaszként a tört legegyszerűbb alakjában a számláló és a nevező összegét adjátok meg!** (3 pont)

E-2. Kartal egy 5×5 -ös táblázat mezőit kitölti 1-től 25-ig az egész számokkal, minden mezőbe egy számot írva és minden számot egyszer felhasználva. Ezek után Benedek minden sor után, Dani pedig minden oszlop alá odaírja a benne szereplő számok összegét. Jóska kivonja a Benedek által leírt legnagyobb számból a Dani által leírt legkisebb számot. Mi a lehető legnagyobb szám, amit Jóska eredményül kaphatott? (3 pont)

E-3. Egy digitális kijelző egy 1 és 9999 közti egész számot képes kijelezni, és egyesével számol másodpercenként, vagy mindig növekvő, vagy mindig csökkenő irányban. Sajnos az egyesek helyiértékén álló számjegyek kiégett a jobb felső vonalkája (minden más működik). Béla valamennyi ideig folyamatosan nézte a kijelzőt, és ez alapján nem tudta eldönteni, hogy a számlálás felfelé, vagy lefelé megy-e. Legfeljebb hány különböző számot próbált a kijelző megjeleníteni ezalatt?

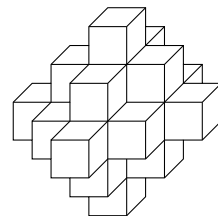
Amikor a kijelző eléri növekvő irányban a 9999-et, vagy csökkenő irányban az 1-et, megáll. A kijelző a szám előtt nem jelez ki nullákat, és a négy rész rendre az ezresek, százaskok, tízesek és egyesek helyén lévő számjegyet mutatja.



A bal oldalon látható példaként, hogy a kijelző hogyan jelzi ki a 637 számot. A jobb oldalon pedig az látszik, hogy a kijelző (ha minden pálcika jól működne) melyik számjegyet hogyan jelezné ki. (3 pont)

E-4. Összeragasztottunk 25 szabályos dobókockát az ábrán látható módon úgy, hogy bármely két összeragasztott lapon a pöttyök száma megegyezik. Legfeljebb mennyi lehet a felszínen található pöttyök száma?

A pöttyöktől eltekintve a test a másik irányból nézve is ugyanígy néz ki. Egy dobókockát szabályosnak nevezünk, ha a szemközti lapokon a pöttyök száma összesen 7. (3 pont)



E-5. Adottak az $ABCD$ és $AEFG$ téglalapok úgy, hogy E az AB szakasz, D pedig az AG szakasz belső pontja. Legyen az EF és CD szakaszok metszéspontja H . Tudjuk, hogy $AEHD$ egy négyzet, aminek a területe 36 egység, továbbá az $ABCD$ téglalap területe 10-szerese az $AEFG$ téglalap területének. Hány egység hosszú az AB szakasz, ha a B , H , G pontok egy egyenesen vannak? (4 pont)

E-6. Egy számot nevezzünk *kacsaszámnak*, ha a számot visszafelé kiolvastva az eredetinel nagyobb számot kapunk. Csak az 1-es és 2-es számjegyek felhasználásával hány 14 jegyű kacsaszám írható le? *Például a 37145 kacsaszám, mert $54173 > 37145$.* (4 pont)



VÁLTÓ FELADATSOR



XVII. DÜRER VERSENY

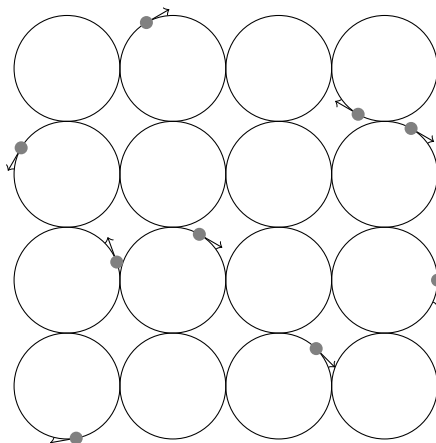
E
KATEGÓRIA

DÖNTŐ – 2024. 02. 09-11.

E-7. Egy kardhálnak speciális viszonya van a 8-as számmal, így pontosan azok a háromjegyű számok a kedvencei, melyekre maga a szám, a számjegyek összege, és a számjegyek szorzata is osztható 8-cal, de a számban nincsen 8-cal osztható számjegy. Mennyi a kardhal kedvenc számainak összege? (4 pont)

E-8. Az ábrán látható körvonalakon 9 hangya járkal, mindannyian azonos, állandó sebességgel, anélkül, hogy megfordulnának vagy megállnának. Amikor egy hangya két kör érintési pontjára ér, választhat, hogy a két egymást érintő körvonal közül melyiken halad tovább előre, de ekkor sem fordulhat meg. Amikor két hangya szembe találkozik egymással, akkor az egyik átmászik a másikon, és ha útjuk során korábban még nem találkoztak, akkor egyikük felkiált. Legfeljebb hányszor kiálthatnak fel a hangyák összesen, ha kezdetben az ábrán látható helyekről a megjelölt irányokba indulnak el?

Tudjuk, hogy a megadott kezdőhelyzetből indulva nem fordulhat elő olyan, hogy két hangya úgy találkozik, hogy éppen ugyanabba az irányba néznek. (4 pont)

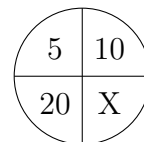


E-9. Legyen N a legkisebb olyan pozitív egész, melynek fele négyzetszám, harmada köbszám, ötöde pedig egy egész szám ötödik hatványa. Hány pozitív osztója van N -nek? (5 pont)

E-10. Egy iskolából egy egyéni matematikaversenyen a 12.a és 12.b osztályokból három-három tanuló vett részt. Tudjuk, hogy a diákok a versenyen hat különböző pontszámot értek el, így a helyezéseik is különböznek. Matematikatanárunk csak a hat helyezés ismeretében megállapította, hogy a 12.b osztályosok pontszámainak összege nagyobb a 12.a osztályosok pontszámainak összegénél. Hányféle lehetett a hat diák sorrendje a versenyen?

A versenyen két versenyző közül az végez előrébb, akinek több pontja van. Ha két versenyzőnek ugyanannyi pontja van, akkor ugyanannyiadik helyen végeznek. A tanár a versenyen elérhető maximális pontszámot sem ismeri. (5 pont)

E-11. Morgan kapitány a jobb oldalon látható, négy szektorból álló táblára 9 nyilat dobott. Ha egy nyíl eltalálta a táblát, akkor a nyíl pontértéke megegyezik az eltalált szektoron látható számmal. Ha egy nyíl nem találta el a táblát, akkor az nem ér pontot. Hányféle pozitív egész szám állhat az X helyén, ha Morgan összesen 175 pontot ért el? *A szektorok határait nem találta el Morgan.* (5 pont)





VÁLTÓ FELADATSOR

XVII. DÜRER VERSENY

E KATEGÓRIA

DÖNTŐ – 2024. 02. 09–11.

E-12. Töltsétek ki a táblázat mezőit az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekkel úgy, hogy minden sorban és oszlopban minden számjegy pontosan egyszer szerepeljen, és a táblázaton kívülre írt számok azt mutassák, hogy mi a legnagyobb szám, ami előáll az adott sorban/oszlopban két szomszédos mezőben álló szám különbségeként. **Válaszként azt a négyjegyű számot adjátok meg, amit az ábrán szürkével jelölt négy mezőben lévő számjegyek fentről lefelé történő összeolvasásával kaptok!** (5 pont)

	3	3	1		
5					
2					1
5					
3				2	

E-13. Azonos méretű kiskockákból összeragasztottunk egy $3 \times 3 \times 5$ -ös téglatestet, melynek a középső kiskockája piros színű, a többi kiskocka pedig sárga, azonban mind különböző árnyalatú. Anita leszedett ebből néhány kiskockát (legalább egyet) úgy, hogy egy olyan téglatest maradt, amelynek a felszínén nem látható piros szín. Hányféleképpen nézhetett ki a kapott téglatest? Anita a téglatest aljáról is szedhetett le kiskockát, és a megmaradt téglatest minden lapja látható volt. (6 pont)

E-14. Az A középpontú k kör sugara 14 egység, és B egy pont a körvonalon. Az ℓ kör érinti az AB szakaszt a felezőpontjában és érinti a k kört is. Legyen C az a pont, melyre az ABC háromszög beírt köre ℓ . Hány egység az ABC háromszög kerülete? (6 pont)

E-15. Hat település, Arka, Böcs, Cák, Dég, Ete és Füzér egy út mentén egymás mellett helyezkedik el ilyen sorrendben. Az egymást követő falvak között buszjáratok közlekednek, minden szomszédos pár között állandó gyakorisággal. Ezek a gyakoriságok 5, 7, 9, 11 és 12 perc az öt falupár között, de nem tudjuk, hogy milyen sorrendben. Egy napon Alex, Áron és Benedek három különböző időpontban ment el Arkáról Füzérre ezekkel a buszokkal: Alex 12:00-kor, Áron 12:01-kor, Benedek pedig 13:00-kor ért az arkai buszmegállóhoz. Azt is tudjuk, hogy míg Alex 14:20-kor, addig Áron csak 15:00-kor érkezett Füzérre. Hány perccel Áron után érkezett Benedek Füzérre? A buszok pontosak, egész percben indulnak és érkeznek, az azonos falvak közt közlekedő buszok menetideje ugyanannyi, az átszállás nem kerül időbe, és mindhárman minden faluban az első lehetséges busszal mentek tovább. (6 pont)

E-16. Egy hegyesszögű háromszög magasságai 585, 600 és 936 egység hosszúak. Hány egység hosszú a háromszög kerülete? (6 pont)