

XVIII. Dürer Verseny

Helyi forduló (2024. 11. 22.)

Feladatsor



F

kategória

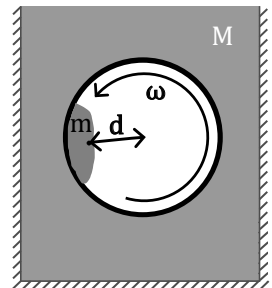
Figyelem! A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldások számszerű közlése, levezetés és a logikai lépések szöveges indoklása is szükséges (pl. „Newton III. törvénye alapján...”)!

1. feladat

(17 pont)

Hercule Poirot (ejtsd: Erkül Poáró) legújabb kalandja során egy elugrált mosógép nyomába ered. Annak érdekében, hogy megtalálhassa a berendezést, meg kell állapítania, milyen típusú gépet is keres. Ehhez először ki kell zárnia azokat, amelyek nem tudnak elugrálni. Ezért Poirot a következőképpen modellezi a mosógépet:

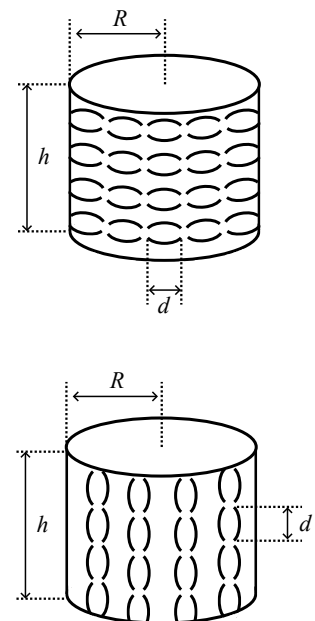
A szerkezet egy M tömegű, vízszintes irányú elmozdulásokkal szemben rögzített állórészből, valamint egy forgórészből áll, amely az állórész tömegközéppontja körül forog. A forgórész a mosás bizonyos szakaszaiban a következő módon modellezhető: össztömege m , szögsebessége ω , és tömegközéppontja az állórész tömegközéppontjától mindvégig d távolságra van (mivel a gépben lévő ruhák is a forgórészhez tartoznak). Mekkora lehet a mosógép állórészének M tömege, ha azt szeretnénk, hogy a mosógép ne ugráljon el, azaz a mosás során az állórész ne emelkedjen el a földtől?

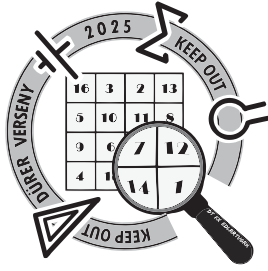


2. feladat

(19 pont)

Szívünk elengedhetetlen része életünknek, de hogyan is működik? Többirányú izomrostok összesége építi fel, ennek modellezésére most használjunk két henger alakú pumpát. Az elsőt alkossák csak körkörös, míg a másodikat csak hosszanti rostok, ahogyan az *ábra* is mutatja. Ezek összehúzódása és elernyedése adja a szív pumpaszerű működését. Legyen mindkét henger R sugarú és h magasságú. A felépítő kis rostokat tekintsük d hosszúságúaknak, melyek mérete az összehúzódás során csak hosszirányban változik, még hozzá λ -szorosára. A modellünkben a pumpákból kiáramló áramerősséget a hengerek időegység alatt bekövetkező térfogatváltozása okozza, továbbá a kis izomrostok időegység alatti hosszváltozása a két henger esetén megegyezik. Az előzőek mellett feltételezzük, hogy a rostok d hosszának egy-egy egész számú többszöröse megegyezik a henger magasságával, illetve területével. Hogyan aránylik egymáshoz a két pumpa által létrehozott áramerősség, azaz az egységnyi idő alatt kipumpált vér mennyisége?





XVIII. Dürer Verseny

Helyi forduló (2024. 11. 22.)

Feladatsor



kategória

3. feladat

(21 pont)

A Düránusz bolygón olyan rakétákat használnak a környezetvédelem jegyében, amelyek nem üzemanyaggal működnek, hanem a lendületmegmaradást használják ki. Ezek a rakéták ugyanis bármikor két egyenlő tömegű részre tudnak robbanni. Ha a robbanás előtt a rakéta v sebességgel repült, akkor utána az egyik darab $v + v_0$ -al, a másik pedig $v - v_0$ -al fog haladni, ahol v_0 és v vektorok függőleges irányúak. A két darab közül mindig csak a felső tud tovább osztódni, ezt tekintjük a rakétának. A következő űrmisszió során egy olyan rakétát fognak kipróbálni, amely pontosan n -szer fog kettérobbanni. Egy nagyon okos ember elárulta a tudósoknak, hogy a rakéta még így sem tud kijutni az űrbe, és rá végig g nagyságú gravitációs gyorsulás fog hatni, ezen kívül minden külső hatás elhanyagolható. Hogyan időzítsék a robbanásokat a tudósok annak érdekében, hogy

- a rakéta a lehető legmagasabbra repüljön?
- a pályájának legmagasabb pontja a lehető legalacsonyabban legyen?

A biztonság érdekében a rakéta v sebessége minden pillanatban függőleges irányú (vagy 0), továbbá v nem mutathat lefelé, ha lehet még robbantani.

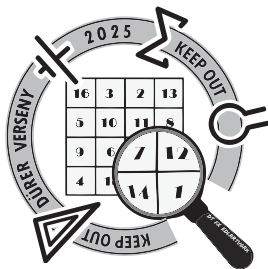
Megjegyzés: A rakéta csak úgy tud elindulni a talajról, hogy kettérobban. Ilyenkor, és az összes többi robbanás után is, az alsó rész viselkedését hagyjuk figyelmen kívül, az nem befolyásolja a repülést.

4. feladat

(19 pont)

Sherlock Holmes egyszer H magasságból kezdősebesség nélkül elejtett egy m tömegű, T_0 hőmérsékletű és c fajhőjű labdát. Sherlock rögtön észrevette, hogy minden visszapattanás során a labda mechanikai energiájának 10%-a hővé alakul, mely csak annak hőmérsékletét növeli. Mivel sok ideje nem volt játszani az elfoglalt nyomozónak, így az első olyan alkalommal elkapta a labdát, amikor az már nem tudott $H/2$ magasra pattanni. Elkapás után gyorsan megmérte a labda hőmérsékletét, és örömmel tapasztalta, hogy éppen azt az értéket kapta, amit előtte fejben kiszámolt. Mi volt a labda hőmérséklete, amikor Sherlock megmérte?

Megjegyzés: A megoldás során tegyük fel, hogy a labda mechanikai energiáját és hőmérsékletét csak a fent leírt hatások befolyásolták.



XVIII. Dürer Verseny

Helyi forduló (2024. 11. 22.)

Feladatsor

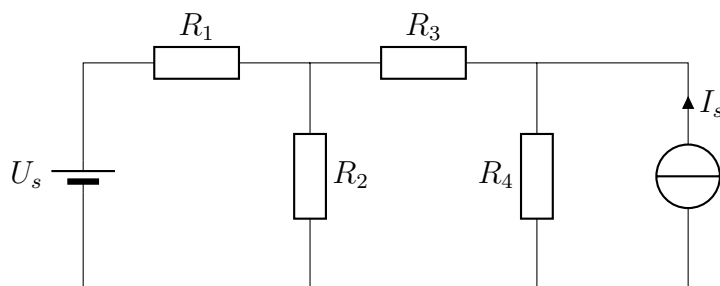


kategória

5. feladat

(24 pont)

Minden igazán lelkes mérnök szobájában van egy különleges áramkör. Ábel szobájában például olyan áramkör található, amiben egy állandó U_s feszültségű feszültségforrás mellett van egy állandó I_s áramerősségű áramforrás is. Ezekon kívül a hálózatot 4 darab ellenállás alkotja, melyek értékei: $R_1 = R_3 = R$, és $R_2 = R_4 = 2R$. Az áramköri elemek elrendezése az *ábrán* látható. Határozzuk meg a hálózatban szereplő ellenállások összeteljesítményét.



Útmutatás: Az ideális áramforrás egy olyan hálózati elem, melyen mindig a megadott nagyságú és irányú áram folyik keresztül. A feladat megoldása során minden áramköri elem ideálisnak tekinthető.

Használható segédeszközök: író- és rajzolóeszközök, számológép, függvénytáblázat.

A feladatok megoldására 180 perc áll a csapatok rendelkezésére.

Sikeres versenyzést kívánnak:

a szervezők