



# XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Kifejtős feladatsor



kategória

1. Dürerlandiát egyetlen folyó, az egyenes Duna vágja két részre. A folyó egyik oldalán csak nyomozók, a folyó másik oldalán csak bűnözők laknak. A nyomozók mindig igazat mondanak, a bűnözők mindig hazudnak. Anita, Áron, Beni, Dani, Gergő és Kartal, Dürerlandia hat lakója, éppen egy szabályos hatszög hat csúcsában laknak, ebben a sorrendben. Közülük öten az alábbi állításokat teszik:

- Anita: Dani nyomozó.
- Áron: Gergővel a Duna ugyanazon oldalán lakunk.
- Beni: Kartal bűnöző.
- Gergő: Áron és Dani a Duna különböző oldalán laknak.
- Dani: Kartallal a Duna ugyanazon oldalán lakunk.

A hat lakó közül ki nyomozó és ki bűnöző? A megoldások során indokoljátok meg azt is, hogy miért nincs más lehetőség!

2. a) Máté egy  $4 \times 4$ -es táblázatba 12 nem feltétlenül különböző számot írt, minden mezőbe legfeljebb egy számot. Azt a feladatot adta Áronnak, hogy fejezze be szabályosan az általa elkezdett kitöltést bűnös négyzetté. Észrevették, hogy Áron ezt többféleképpen is meg tudja valósítani. Adjatok példát a Máté által készített táblázatra és annak többféle szabályos befejezésére!

b) Bizonyítsátok be, hogy ha Máté 13 számot írt volna a táblázatba, akkor mindenképp legfeljebb egy szabályos befejezés létezne!

*Bűnös négyzet alatt azon  $4 \times 4$ -es táblázatokat értjük, melynek minden mezőjében pontosan egy szám áll, továbbá bármely sorában, oszlopában és a két nagy átlójában is ugyanaz a négy szám összege.*

3. a) Anett, Andris, Kartal és Benedek kártyáznak. Négy különböző színű paklijuk van, mindegyik négy lapot tartalmaz, megszámozva 1-től 4-ig. Először összekeverik a 16 lapot, majd mind a négyen húznak négy lapot a kezükbe, amiket megmutatnak egymásnak. Ezután közösen eldöntik, hogy milyen sorrendben ülnek le körben, és azt is, hogy ki kezd. A játék folyamán a kör mentén óramutató járásával megegyező irányban sorban raknak le egy-egy lapot, de egy lapot csak akkor rakhatnak le, ha már minden nála kisebb számú, vele azonos színű le lett rakva. Akkor nyernek, ha az összes lapot lerakják. Ha valaki a sorra kerülésekor nem tud rakni és még van lap a kezében, veszítenek. Mutassatok olyan húzást, amelynél akárhogy is döntenek és játszanak, veszítenek!

b) Mutassátok meg, hogy ha mind a négy pakliból csak az 1-es és 2-es lapokkal játszanak, akkor mindig tudnak nyerni!

4. Az  $ABC$  háromszögben az  $AB$  oldal hossza 5 cm, a  $BC$  oldal hossza 4 cm, a  $CA$  oldal hossza 3 cm. Tükrözzük a  $C$  pontot a  $B$  csúcs belső szögfelezőjére, így kapjuk a  $D$  pontot. Tükrözzük a  $C$  pontot az  $AB$  oldalegyenesre, így kapjuk az  $E$  pontot. Határozzátok meg a  $DE$  szakasz hosszát!

5. a) Áron felírt egy hatjegyű számot a táblára. Ezután Máté megcserélheti a táblán lévő szám első jegyét a második jegyével. Ezután Benedek megcserélheti a táblán lévő szám harmadik jegyét a negyedikkel. Ezután Zsuzsi megcserélheti a táblán lévő szám ötödik jegyét a hatodikkal. Írhatott-e Áron olyan számot, hogy abból kiindulva nyolc, páronként különböző hatjegyű számot kaphatnak, melyek mindegyike osztható 7-tel?

b) Áron egy másik táblára is felírt egy hatjegyű számot. Ezután Domonkos letörölheti a szám első néhány, akár nulla, de legfeljebb öt jegyét, amiket aztán ugyanolyan sorrendben a szám végére kell írnia. Írhatott-e Áron olyan számot, hogy abból kiindulva hat, páronként különböző hatjegyű számot kaphat Domonkos, melyek mindegyike osztható 17-tel?

*Egy hatjegyű szám első jegye nem lehet 0.*

6. **Játék:** Egy  $4 \times 4$ -es tábla egyik mezőjén kezdetben egy huszár áll. Két játékos felváltva lép a huszárral. Nem szabad olyan mezőre lépni, amelyen korábban már járt a huszár, így a kezdőmezőre sem. Az veszít, aki nem tud lépni.

*Az ábrán a sötét mezők mutatják, hogy hogyan lehet lépni egy huszárral.*

*Győztek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el a huszár kezdőmezőjének ismeretében, hogy kezdők szeretnétek lenni, vagy másodikok.*

*Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amelyen szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat sorszáma. Mindegyik feladat olvasható és megfelelően indokolt megoldása 12 pontot ér. Feladatonként legfeljebb 2 extra pont is szerezhető lényegesen különböző második megoldással vagy általánosítással.*

*A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!*



