

XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Kifejtős feladatsor



kategória

1. a) Máté egy 4×4 -es táblázatba 12 nem feltétlenül különböző számot írt, minden mezőbe legfeljebb egy számot. Azt a feladatot adta Áronnak, hogy fejezze be szabályosan az általa elkezdett kitöltést bűnös négyzettel. Észrevették, hogy Áron ezt többféleképpen is meg tudja valósítani. Adjatok példát a Máté által készített táblázatra és annak többféle szabályos befejezésére!

b) Bizonyítsátok be, hogy ha Máté 13 számot írt volna a táblázatba, akkor mindenképp legfeljebb egy szabályos befejezés létezne!

Bűnös négyzet alatt azon 4×4 -es táblázatokat értjük, melynek minden mezőjében pontosan egy szám áll, továbbá bármely sorában, oszlopában és a két nagy átlójában is ugyanaz a négy szám összege.

2. Egy pingpongbajnokságon 100 játékos vett részt, mindenki mindenkivel egy meccset játszott. A győzelem 1 pontot ért, a vereség 0-t. Tudjuk, hogy a bajnokság befejeztével bármely három résztvevőre igaz, hogy valamelyikük legyőzte a másik kettőt. Határozzátok meg a játékosok végső pontszámait!

Minden meccsnek egy győztese és egy vesztese lett, döntetlen nem született.

3. Az $ABCD$ paralelogrammában az AB oldal hossza 3 egység és a BC oldal hossza 2 egység. A CD oldal D -hez közelebbi harmadolópontja legyen E , továbbá a DA oldal felezőpontja legyen F . Az AC és BF egyenesek metszéspontját jelöljük G -vel.

a) Bizonyítsátok be, hogy az FEB szög derékszög!

b) Határozzátok meg az EG szakasz hosszát!

4. Egy kegyetlen király olyan börtönt építtetett, melyben a 36 cella egy 6×6 -os négyzetrács alakban helyezkedik el és bármely két élszomszédos cella között fal található. Néhány cella már most is egy-egy rab kijelölt helye, de minden cella legfeljebb egy rabhoz tartozik. A király idővel arra jut, hogy túl kegyetlen a rabokkal, ezért lebontat néhány falat olyan módon, hogy bármelyik cellából bármelyik másikba el lehessen jutni. Azt viszont nem szeretné, hogy a rabok túl jól érezzék magukat, ezért bármely két, eredetileg egy sorban vagy oszlopban lévő rab között szeretne meghagyni legalább egy falat, hogy ne lássák egymást a kijelölt helyükről. Legfeljebb hány rabot tarthat fogva a király, ha a feltételeknek megfelelően le tud bontatni falakat?

5. a) Áron felírt egy hatjegyű számot a táblára. Ezután Máté megcserélheti a táblán lévő szám első jegyét a második jegyével. Ezután Benedek megcserélheti a táblán lévő szám harmadik jegyét a negyedikkel. Ezután Zsuzsi megcserélheti a táblán lévő szám ötödik jegyét a hatodikkal. Írhatott-e Áron olyan számot, hogy abból kiindulva nyolc, páronként különböző hatjegyű számot kaphatnak, melyek mindegyike osztható 7-tel?

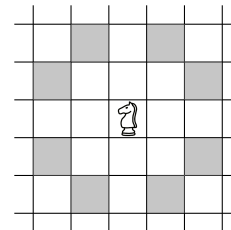
b) Áron egy másik táblára is felírt egy hatjegyű számot. Ezután Domonkos letörölheti a szám első néhány, akár nulla, de legfeljebb öt jegyét, amiket aztán ugyanolyan sorrendben a szám végére kell írnia. Írhatott-e Áron olyan számot, hogy abból kiindulva hat, páronként különböző hatjegyű számot kaphat Domonkos, melyek mindegyike osztható 17-tel?

Egy hatjegyű szám első jegye nem lehet 0.

6. **Játék:** Egy 4×4 -es tábla egyik mezőjén kezdetben egy huszár áll. Két játékos felváltva lép a huszárral. Nem szabad olyan mezőre lépni, amelyen korábban már járt a huszár, így a kezdőmezőre sem. Az veszít, aki nem tud lépni.

Az ábrán a sötét mezők mutatják, hogy hogyan lehet lépni egy huszárral.

Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el a huszár kezdőmezőjének ismeretében, hogy kezdők szeretnétek lenni, vagy másodikok.



Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amelyen szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat sorszáma. Mindegyik feladat olvasható és megfelelően indokolt megoldása 12 pontot ér. Feladatonként legfeljebb 2 extra pont is szereshető lényegesen különböző második megoldással vagy általánosítással.

A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!

