XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

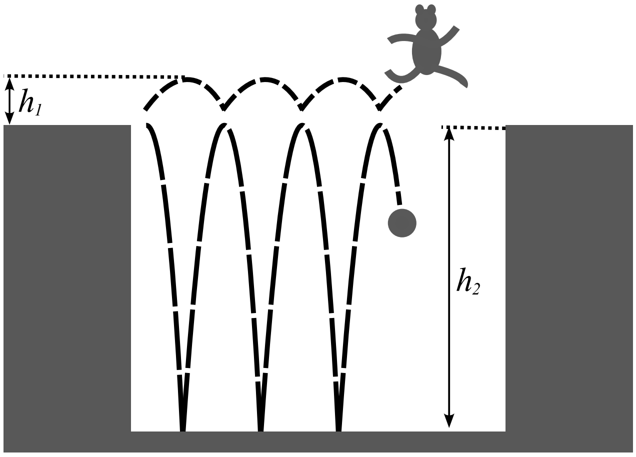
Elméleti feladatsor

F kategória

***Figyelem!** A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldások számszerű közlése, levezetés és a logikai lépések szöveges indoklása is szükséges (pl. „Newton III. törvénye alapján...”)!*

1. feladat (9 pont)

Az ismert internetes meme szerint, ha „fizikus módra” elhanyagolunk mindent, akkor Micimackó át tud jutni egy szakadék felett csupán egy labda segítségével. Ehhez mindössze annyit kell tennie, hogy v_x vízszintes sebességgel elkezd futni a szakadék felé, és abban a pillanatban, amikor a szakadék fölé ér, ledobja „magához képest” függőlegesen v_y sebességgel a labdáját. Ennek hatására neki is lesz függőleges sebessége, és a meme szerint innentől kezdve végig tud pattogni a labdán, ahogy az *ábra* is mutatja. Valóban sikerülhet ez Micimackónak? Ha igen, akkor ehhez mekkorának kell lennie a h_1/h_2 aránynak? Itt h_1 jelöli Micimackó maximális emelkedését a szakadék pereméhez képest, h_2 pedig a szakadék mélységét. A megoldás során tegyük fel, hogy mind Micimackó, mind pedig a labda M tömegűek, valamint azt, hogy a labda eldobása után Micimackó már nem mozgatja az izmait, azaz innentől minden találkozása a labdával tökéletesen rugalmas ütközés lesz. A feladatban, ahogy a meme-ben is, elhanyagoljuk a légellenállást, a súrlódást és a pattanáskor bekövetkező energiaveszteséget.

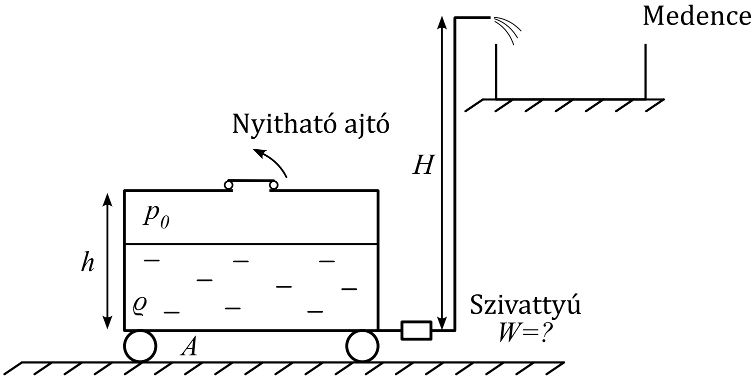


2. feladat (15 pont)

Adott egy R sugarú gyűrű, melynek vastagsága elhanyagolható az átmérőjéhez képest. A gyűrű az *ábrán* látható módon két félből áll, ezek alakra egybevágóak, de különböző anyagból készültek, így tömegük eltérő m_1, illetve m_2 értékű. A gyűrűt egy falból kiálló vékony szögre akasztva kis kitérésű lengésbe hozzuk. Feltehetjük, hogy a súrlódás elég nagy ahhoz, hogy a gyűrű ne csússzon meg. Hol akasszuk fel a testet, hogy a lengésidő minimális legyen? Mekkora ez a minimális lengésidő? Vizsgáljuk a kérdezett felfüggesztési pont helyzetét, valamint a minimális lengésidőt az $m_1 \gg m_2$ határesetben!

3. feladat (12 pont)

Pat és Mat, a két ezermester új módon szeretné feltölteni az emeleti erkélyen található medencéjüket. A ϱ sűrűségű vizet az udvaron álló lajtoskocsi A alapterületű, h magasságú tartályából egy szivattyú segítségével lassan juttatják a tartály aljától mért H magasságban lévő medencébe. Kezdetben a tartály $2/3$ részéig van vízzel töltve, a maradék térrészt p_0 légköri nyomású levegő tölti ki az *ábrán* látható módon. Mikor már csak $1/3$ részéig van vízzel, Pat észreveszi, hogy a tartály tetején lévő nyílás egész eddig zárva volt, és bosszankodva mondja barátjának, hogy emiatt többe került a medence feltöltése. Mat értetlenkedik, hiszen mi köze lenne a nyílásnak a szivattyú által végzett munkához; egészen eddig azt gondolta, hogy az csak a lajtoskocsi feltöltésére szolgál. Tegyünk igazságot a két barát között, és adjuk meg a két esetben (nyitott és zárt nyílás esetén) a szivattyú által végzett munkát!



Megjegyzés: Feltehetjük, hogy a tartályt és medencét összekötő csőben lévő víz térfogata elhanyagolható az átszivattyúzott vízmennyiséghez képest, valamint, hogy a csőből a medencébe kicsurgó víz sebessége igen kicsi. A tartály anyaga jó hővezető.

4. feladat (13 pont)

A feladat alapja Sir Arthur Conan Doyle Sherlock Holmes kalandjai című műve. A történetben egy hidraulikai mérnök egy titkos és furcsa feladatot kap, miszerint sok pénzért kell megjavítania egy hidraulikus prést, melyről senkinek nem szólhat semmit. A javítás során rájön, hogy a prés sokkal nagyobb és erősebb, mint ami szükséges lenne az ellátott feladathoz. Rövidesen ki is derül a titok, miszerint a prést érmehamisításra használják. Mikor a megrendelő megtudja, hogy a mérnök ismeri az igazságot, bezárja őt a helyiségbe, ahol a hidraulikus prés található, és azt elkezdi lefelé ereszteni, hogy összenyomja a főhőst.

A mérnök szorult helyzetben találja magát, hiszen egy téglatest alakú, V_0 térfogatú, A_0 alapterületű szobába zárták be, felette pedig egyenletes v sebességgel közelít a dugattyú, mely ha elérné, biztos halált jelentene számára. Főhősünk tudja azonban, hogy a helyiség falán a talaj szintjén található egy nyílás, melyen hason kúszva éppen átfér. A nyílást egy A_1 (négyzetes) keresztmetszetű ajtó zárja el tőle, amely F_α nagyságú erő hatására kiszakad a helyéről. Azt is tudja, hogy az ajtó mögött egy L hosszúságú, A_1 keresztmetszetű folyosó található, melynek a túloldalát egy F_β teherbírású ajtó zárja el a külvilágtól.

(a) A dugattyú elindítását követően mennyi idő elteltével szakad ki az első ajtó?

(b) Túléli-e a mérnök a kalandot, azaz sértetlenül kijut-e a második ajtón?

Adatok: $V_0 = 15\,\mathrm{m}^3$, $A_0 = 5\,\mathrm{m}^2$, $v = 0{,}1\,\mathrm{m/s}$, $p_0 = 10^5\,\mathrm{Pa}$, $A_1 = 0{,}25\,\mathrm{m}^2$, $L = 1{,}5\,\mathrm{m}$, $F_\alpha = 10^5\,\mathrm{N}$, $F_\beta = 1{,}5 \cdot 10^5\,\mathrm{N}$.

Útmutatás: Tekintsünk minden falat és ajtót tökéletes hőszigetelőnek és légmentesen zárónak. Továbbá tegyük fel, hogy a mérnök az ajtók kiszakadása után villámgyorsan el tudja hagyni a helyiséget, viszont nem fér el a két ajtó közötti térrészben. A környezetet, valamint a szobát kezdetben p_0 nyomású levegő tölti ki, azonban az ajtók között vákuum található. A dugattyú súlytalan. A mérnököt semmilyen külső hatás nem veszélyezteti, csak a dugattyú érintése; illetve ő sajnos nem tudja kirúgni az ajtókat, mert az általa kifejtett erő csekély.

5. feladat (16 pont)

Egy nagy kiterjedésű, A területű, jól vezető fémlapra n darab elektronból álló csomagokat lövünk a lap síkjától mért L távolságra lévő elektronágyúból. A τ időközönként kilőtt csomagok v_0 nagyságú, a lap síkjára merőleges kezdősebességgel hagyják el az ágyút. A kilőtt elektroncsomagok a levegőben egyben maradnak, továbbá két kilövés között elegendő idő telik el ahhoz, hogy egyszerre csak egy elektroncsomag legyen az ágyú és a vezető lemez között. Mennyi idő telik el két egymást követő becsapódás között?

Útmutatás: A megoldás során felhasználhatjuk az alábbi közelítést:

$$\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2,$$

amennyiben $x \ll 1$.

Használható segédeszközök: író- és rajzolóeszközök, számológép, függvénytáblázat.
A feladatok megoldására 180 perc áll a csapatok rendelkezésére.
Sikeres versenyzést kívánnak:

a szervezők