

# XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Elméleti feladatsor



kategória

**Figyelem!** A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldások számszerű közlése, levezés és a logikai lépések szöveges indoklása is szükséges (pl. „Newton III. törvénye alapján...”)!

## 1. feladat

(11 pont)

Watson egyik este a kertben repkedő denevérekre lett figyelmes, és tanulmányozni kezdte a viselkedésüket. Először függőlegesen feldobott egy követ, majd meglepetésére az egyik denevér üldözőbe vette, és elkapta azt, mivel vacsorának gondolta. Watson tudta, hogy a denevérek ultrahangokat bocsátanak ki és érzékelnek ahhoz, hogy tájékozódjanak; viszont elgondolkodott, hogyan tudja a denevér megmondani, hogy hol van a kő, és mekkora annak sebessége.

- (a) Tegyük fel, hogy lefelé zuhan egy kő, és függőlegesen repülve üldözi azt egy denevér állandó  $v_D$  sebességgel. Az általa kibocsátott hanghullám  $f_0$  frekvenciájú, a beérkező pedig  $f_1$  frekvenciájú. Mekkora volt a kő sebessége, és a közöttük lévő távolság a hullám kibocsátásakor, ha  $T$  idő telt el a kibocsátás és az érzékelés között?

Adatok:  $v_D = 15$  m/s,  $f_0 = 47,7$  kHz,  $f_1 = 50$  kHz,  $T = 0,1$  s.

- (b) A denevérek által kibocsátott hanghullámok lehetséges legkisebb frekvenciája  $f_{\min}$ , az érzékelt hanghullámok lehetséges legnagyobb frekvenciája pedig  $f_{\max}$ . Legalább mekkora legyen  $f_{\max}$  értéke, hogy a denevérek bármilyen  $0$  és  $v_D$  közötti sebességgel a kő után repülve, minden pillanatban tudják érzékelni a  $h_0$  magasságból, kezdősebesség nélkül zuhanó követ.

Adatok:  $f_{\min} = 45$  kHz,  $h_0 = 5$  m.

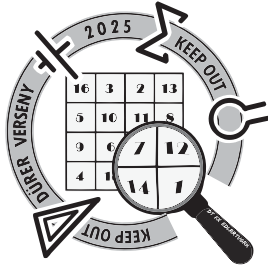
- (c) Valójában a denevérek nagyobb frekvencia-tartományban érzékelnek hullámokat, mint amiben ki tudják őket bocsátani. A közönséges törpedenevérek (*Pipistrellus pipistrellus*) esetén a kibocsátás tartománya 45 kHz és 70 kHz közé esik, míg nagyjából 20 kHz és 80 kHz közötti frekvenciájú hullámokat hallanak. Mekkora sebességgel kell Watsonnak feldobnia a követ, hogy az egy helyben lebegő közönséges törpedenevér azt a dobás pillanatában ne érzékelje?

*Útmutatás:* A hanghullámok levegőben való terjedési sebességét vehetjük konstans  $c = 340$  m/s-nak, és a légellenállástól eltekinthetünk. Érdemes  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>-el számolni.

## 2. feladat

(16 pont)

A legenda szerint réges-régen a Düránusznak is volt egy holdja, mely körpályán keringett a bolygó körül, azonban egy rejtélyes esemény miatt eltűnt. Már több magyarázat is született az égitest eltűnésére, és heves vita zajlik arról, hogy melyik helyes. A tudósok szerint a hold felrobant, és a törmelék kizárólag a pálya síkjában, minden irányban egyenletesen repült szét. Ezt látszólag alátámasztják a csillagászati megfigyelések és a geológiai leletek, miszerint a törmelék 65%-át Düránusz körüli pályán és 12%-át a Düránusz felszínén találták meg, miután mindent



# XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Elméleti feladatsor



kategória

alaposan átkutattak. A dűrkutatók és a dűrológusok azonban felhívták a figyelmet arra, hogy ez a magyarázat aligha lehet helytálló, hiszen a maradék 23% nem tűnhetett el nyomtalanul. A tudósok is tisztában vannak ezzel, de még nem tudtak tudományos magyarázatot felállítani, holott szentül meg vannak győződve, hogy igazuk van.

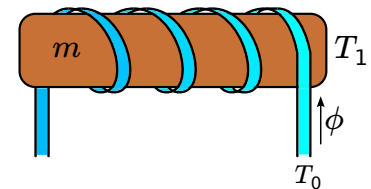
- Hová tűnt a maradék törmelék, ha feltételezzük, hogy a tudósoknak igaza van?
- Hogyan aránylik a robbanásban nyert sebesség a hold kerületi sebességéhez?
- Hogyan aránylik a hold pályájának sugara a Düránusz sugarához?

*Útmutatás:* A Düránusz légköre és a törmelékdarabok egymásra gyakorolt gravitációs hatása elhanyagolhatóak, a hold mérete pedig sokkal kisebb, mint a pályájának a sugara. Továbbá tételezzük fel, hogy a robbanáskor nyert sebesség kisebb, mint a hold kerületi sebessége.

## 3. feladat

(9 pont)

Egy  $m$  tömegű,  $T_1$  hőmérsékletű réztömböt szeretnénk lehűteni úgy, hogy  $T_0$  hőmérsékletű vizet folyatunk egy csőn keresztül az ábrán látható módon,  $\phi$  vízárammal. A cső kialakítása lehetővé teszi a víz és a réz közötti hőcserét, valamint azt is, hogy a réztömb egyenletesen hűljön. Mivel a csőben a víz elég gyorsan folyik, ezért a cső hossza mentén nem alakul ki termikus egyensúly, továbbá a víz a réz által leadott hőnek csak  $\eta$ -szorosát veszi fel. Mennyi idő szükséges ahhoz, hogy a réztömb hőmérséklete  $T_2$ -re hűljön?



*Adatok:*  $m = 5 \text{ kg}$ ,  $T_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\phi = 5 \text{ g/s}$ ,  $\eta = 0,8$ ,  $T_2 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ , továbbá a réz és a víz fajhője rendre  $c_r = 0,39 \text{ kJ/(kg }^\circ\text{C)}$  és  $c_v = 4,18 \text{ kJ/(kg }^\circ\text{C)}$ .

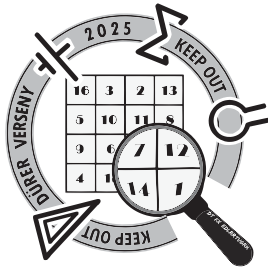
*Útmutatás:* A réztömb és a víz közötti hőcserén kívül minden más termikus kölcsönhatástól tekintsünk el.

## 4. feladat

(14 pont)

A fehérjék életünk szerves részei, amik olyan aminosavakból épülnek fel, melyek elektromos töltéssel is rendelkezhetnek. Vegyünk egy fehérjét, és azon belül két pontszerű aminosavat, amik  $Q_1$  és  $Q_2$  töltéssel rendelkeznek,  $d_1$ , illetve  $d_2$  távolságra vannak a fehérje felszínétől, valamint  $L$  távolságra vannak egymástól. A fehérjében található többi aminosavat tekintsük semleges töltésűnek. Közelítsük a fehérje felszínét egy síkkal, melynek egyik oldalán az aminosavak, másik oldalán pedig víz található. Mekkora a töltésrendszer potenciális energiája, ha a fehérjén belül a relatív dielektromos állandó  $\epsilon_1$ , míg a vízben  $\epsilon_2$ ?

*Útmutatás:* Két dielektrikum határfelületén az  $\mathbf{E}$  mező felülettel párhuzamos komponense és a  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}$  mező felületre merőleges komponense folytonosan megy át. A potenciális energia nullpontját válasszuk a végtelen távol felvett értéknek.



# XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Elméleti feladatsor



## 5. feladat

(15 pont)

Adott egy  $z$  tengely körül hengersizmetrikus mágneses tér, amelynek  $z$  irányú komponense minden pontban ismert,  $B_z(z) = B_0 + \alpha z$  nagyságú. Egy véglapok nélküli, vékonyfalú, kicsiny  $r$  sugarú,  $l$  hosszúságú,  $m$  tömegű szigetelő henger felületén egyenletesen elosztunk  $Q$  töltést. Ezután a hengert  $v_0$  sebességgel elindítjuk úgy, hogy szimmetriatengelye a  $z$  tengely mentén mozogjon. Mekkora lesz a tömegközéppontjának sebessége  $t$  idő múlva?

*Útmutatás:* Mivel az  $r$  sugár kicsi ( $r \ll B_0/\alpha$ ), a mágneses mező  $z$  irányú komponense homogénnek tekinthető a véglapok teljes felületén.

*Használható segédeszközök: író- és rajzolóeszközök, számológép, függvénytáblázat.*

*A feladatok megoldására 180 perc áll a csapatok rendelkezésére.*

Sikeres versenyzést kívánnak:

a szervezők