XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Váltó feladatsor

C kategória

C-1. Egy mesebeli cseresznyefának 25 ága van, minden ágból 93 gally ágazik el és minden gallyon 4 cseresznye található. Hány cseresznye van a fán? (3 pont)

C-2. Melyik az a legnagyobb négyjegyű szám, melynek minden számjegye különböző, a számjegyei csökkenő sorrendben állnak, továbbá az első és utolsó számjegyének szorzata megegyezik a két középső számjegyének szorzatával? (3 pont)

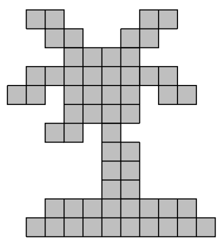
C-3. Maigret felügyelő 2025 januárjában összesen négy ügyet oldott meg, ezeket különböző napokon tette. Az év első napján, szerdán oldotta meg az elsőt. A másodikként megoldott ügy megoldásának dátumában a napnak 6 pozitív osztója van. A harmadik és a negyedik ügy megoldása 12 nap eltéréssel történt. Az utolsó ügyet vasárnap oldotta meg. Mi a négy ügy megoldásának dátumaiban a napok összege?
Januárban 31 nap van. (3 pont)

C-4. Rex felügyelő, a kutya, bárányokkal és kétfejű nyulakkal álmodott, összesen 60 lábat és 20 fejet számolt. Hány báránnyal álmodott Rex, ha a saját lábait is beleszámolta, de a fejét nem?
Minden állatnak 4 lába volt az álmában, továbbá Rex a saját fején kívül minden testrészt megszámolt, ami a szövegben szerepel. (3 pont)

C-5. Péter nyomozó a 0, 1, 2, 3 számkártyákból kirakott egy prímet, mindegyik kártyából legfeljebb egyet használva. Mi a legnagyobb prím, amit kirakhatott? (4 pont)

C-6. Egy 6×4-es táblázat néhány mezőjébe csokit tettünk, majd minden mezőre ráírtuk, hogy a vele szomszédos mezők közül hányban van csoki. Két mező szomszédos, ha van közös oldaluk vagy csúcsuk. Legfeljebb hány csoki lehet a táblázatban, ha minden mezőre legfeljebb 2-es számot írtunk?
A csokit tartalmazó mezőkre is írtunk számot. Semelyik mező sem szomszédos önmagával. (4 pont)

C-7. Mennyi a legkisebb olyan körlap sugarának a négyzete, amely teljesen lefedi az ábrázolt pálmafát, és a sugarának négyzete egész szám?
Az ábrán a kis négyzetek oldalainak hossza 1. (4 pont)



XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Váltó feladatsor

C kategória

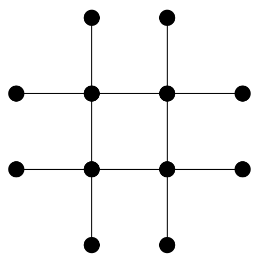
C-8. Egy városban van hat kritikus pont, melyek egy szabályos hatszög csúcsaiban helyezkednek el. Egy szökött fegyencet üldöznek, ezért hogy lerázza az őt követő kutyákat, tett egy sétát a városban a hat kritikus pont között. Végül a kiindulási helyére tért vissza, de ezenkívül semelyik másik kritikus pontban nem járt egynél többször. Mindig egyenesen ment egy kritikus pontból a következőbe úgy, hogy összesen minél több pontban messe a saját útját. Legfeljebb hány metszéspontot hozhatott létre?
Ha egy metszésponton kettőnél többször haladt át, az továbbra is csak egy metszéspontnak számít. A kritikus pontok nem számítanak metszéspontnak. (4 pont)

C-9. Scooby-Doo otthoni készletében 32 doboz mogyoróvajas, 19 doboz juharszirupos és 34 doboz mályvacukros Scooby Snack van. Ahhoz, hogy egy nap jóllakjon, az alábbi lehetőségek valamelyikét kell elfogyasztania:

- 3 doboz mogyoróvajas, 1 doboz juharszirupos és 1 doboz mályvacukros Scooby Snack,
- 1 doboz juharszirupos és 2 doboz mályvacukros Scooby Snack,
- 4 doboz mogyoróvajas és 2 doboz mályvacukros Scooby Snack.

Legfeljebb hány napon lakhat jól Scooby-Doo, ha csak az otthoni készletét fogyaszthatja? (5 pont)

C-10. Molli és Tamás meglátogattak 4-4 várost úgy, hogy köztük csak utak mentén közlekedtek. Az ábrán pontok jelölik városokat, ahol járhattak, és szakaszok a köztük haladó utakat. Tudjuk, hogy minden városban legfeljebb az egyikük járt, valamint minden városban legfeljebb egyszer jártak. Hányféleképpen tehették ezt meg?
Két esetet akkor tekintünk különbözőnek, ha Molli és Tamás közül legalább az egyikük más városokat látogatott meg, vagy ugyanazokat más sorrendben.
(5 pont)



C-11. Egy kártyapakli 16 lapból áll, piros, sárga, zöld és kék színben van 1-1 kutya, macska, ló és hal. Alex kirakott négy lapot az asztalra a pakliból. Ezután Béla az egyik lapon megváltoztatta vagy a színt, vagy az állatot. Ekkor azt vette észre, hogy az így kapott négy kártyán mind a négy szín és mind a négy állat pontosan egyszer fordul elő. Hányféle lehetett az Alex által kirakott négy lap, ha a kirakott lapok sorrendje nem számít?
(5 pont)

C-12. Adott egy $ABCD$ trapéz, melynek az AB és CD oldalai párhuzamosak. A B és C csúcsok belső szögfelezőinek métszéspontja legyen M. Az M pontnak a BC oldalra vett tükörképe legyen P. A BC oldal hossza 6 egység, a D és P pontok távolsága 8 egység, továbbá $CBP\sphericalangle = 30°$. Mennyi a DB szakasz egységekben kifejezett hosszának négyzete? (5 pont)

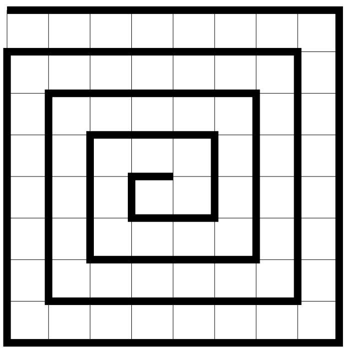
XVIII. Dürer Verseny

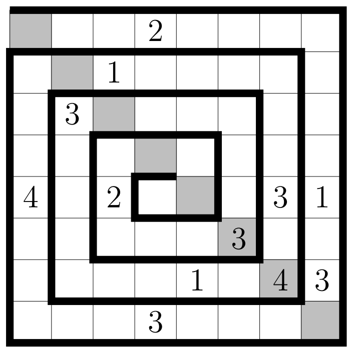
Döntő (2025. 02. 07-09.)

Váltó feladatsor

C kategória

C-13. Csabinak, a kis csigának a háza a bal oldali ábrán látható módon 8×8 négyzetből áll. Csabi most tanulja a számokat, egyelőre még csak 4-ig tud számolni. Csabi bátyja úgy akarja segíteni a tanulását, hogy néhány négyzetbe beír egy számot az $1, 2, 3, 4$ közül. Szeretné, hogy a csigavonal mentén kívülről befelé haladva a nemüres négyzetekben az $1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, \ldots, 4$ számok szerepeljenek ebben a sorrendben. Továbbá, hogy Csabi fel ne boruljon, arra is szeretne figyelni, hogy minden sorban és oszlopban mind a négy számjegy pontosan egyszer szerepeljen. Eddig a jobb oldali ábrán látható jegyeket írta be, segíts neki befejezni a kitöltést! Mennyi lesz végül azon szürke mezőkben lévő számok szorzata, melyek nem maradnak üresen?

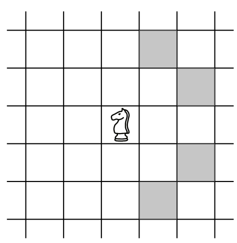




(6 pont)

C-14. Scooby-Dooék a következő 30 évben minden januárban döntenek, hogy vagy lecserélik a járgányukat egy újra 9 Dürer dollárért, vagy megszervizeltetik az aktuális járgányukat annyi Dürer dollárért, ahány éves. Legalább hány Dürer dollárt kell Scooby-Dooéknak a járgányaikra költeniük a következő 30 évben összesen, ha már eldöntötték, hogy első alkalommal új járgányt fognak venni? (6 pont)

C-15. Hányféleképpen juthatunk el egy huszárral a 8×8-as sakktábla bal alsó sarkából a jobb felső sarkába, ha nem léphetünk balra?
Az ábrán a szürke mezők mutatják, hogy hová tud egy huszár egy lépésben eljutni úgy, hogy nem lép balra. A huszárral nem léphetünk le a sakktábláról. (6 pont)



C-16. Egy kitalált választás szabályai a következők: minden szavazó felállít egy sorrendet a jelöltek között. A választás győztese több körben dől el. Minden körben minden szavazat ahhoz a jelölthöz kerül, aki a sorrendben legelöl van a még versenyben lévő jelöltek közül. Akihez egy körben a legkevesebb szavazat tartozik, végleg kiesik. Ha több ilyen is van, sorsolás dönt köztük a kieső jelöltről. Néhány kör után már csak egy jelölt marad, a győztes. A legutóbbi kitalált választáson négy jelölt indult, A, B, C és D. Tudjuk, hogy 200 szavazó $ABCD$ sorrendbe tette a jelölteket, 150-en a $BCDA$, 201-en pedig a $CDAB$ sorrendet választották. Ezenkívül előfordult x választónál ($x \geq 1$) a $DBCA$ sorrend is, de az eddig felsoroltakon kívül más sorrend nem volt. Hányféle lehet x, ha a választást C nyerte és egy sorsolás sem volt? (6 pont)