

XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Váltó feladatsor



kategória

D-1. Maigret felügyelő 2025 januárjában összesen négy ügyet oldott meg, ezeket különböző napokon tette. Az év első napján, szerdán oldotta meg az elsőt. A másodikként megoldott ügy megoldásának dátumában a napnak 6 pozitív osztója van. A harmadik és a negyedik ügy megoldása 12 nap eltéréssel történt. Az utolsó ügyet vasárnap oldotta meg. Mi a négy ügy megoldásának dátumaiban a napok összege?

Januárban 31 nap van.

(3 pont)

D-2. Rex felügyelő, a kutya, bárányokkal és kétfejű nyulakkal álmodott, összesen 60 lábat és 20 fejet számolt. Hány báránnyal álmodott Rex, ha a saját lábait is beleszámolta, de a fejét nem?

Minden állatnak 4 lába volt az álmában, továbbá Rex a saját fején kívül minden testrészt megszámolt, ami a szövegben szerepel.

(3 pont)

D-3. Egy 6×4 -es táblázat néhány mezőjébe csokit tettünk, majd minden mezőre ráírtuk, hogy a vele szomszédos mezők közül hányban van csoki. Két mező szomszédos, ha van közös oldaluk vagy csúcsuk. Legfeljebb hány csoki lehet a táblázatban, ha minden mezőre legfeljebb 2-es számot írtunk? *A csokit tartalmazó mezőkre is írtunk számot. Semelyik mező sem szomszédos önmagával.*

(3 pont)

D-4. Összeadtuk a pozitív egész számokat 1-től 10^{10} -ig. Melyik az a legnagyobb k egész szám, amelyre 2^k osztja az összeget?

(3 pont)

D-5. Van egy dobozban 9 golyó, 1-től 9-ig számozva. Ezek közül véletlenszerűen kihúzzunk két különböző golyót egyszerre. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kihúzott golyókon szereplő számok legnagyobb közös osztója 1? **Válaszként a tört egyszerűsített alakjában a számláló és a nevező összegét adjátok meg!**

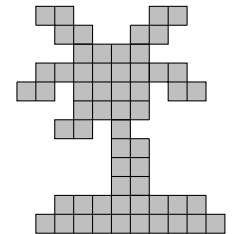
Bármely két golyópár kihúzásának azonos a valószínűsége.

(4 pont)

D-6. Mennyi a legkisebb olyan körlap sugarának a négyzete, amely teljesen lefedi az ábrázolt pálmafát, és a sugarának négyzete egész szám?

Az ábrán a kis négyzetek oldalainak hossza 1.

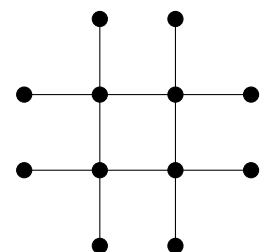
(4 pont)

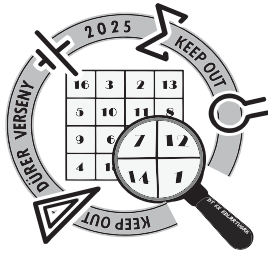


D-7. Mollí és Tamás meglátogattak 4-4 várost úgy, hogy köztük csak utak mentén közlekedtek. Az ábrán pontok jelölik városokat, ahol járhattak, és szakaszok a köztük haladó utakat. Tudjuk, hogy minden városban legfeljebb az egyikük járt, valamint minden városban legfeljebb egyszer jártak. Hányféleképpen tehették ezt meg?

Két esetet akkor tekintünk különbözőnek, ha Mollí és Tamás közül legalább az egyikük más városokat látogatott meg, vagy ugyanazokat más sorrendben.

(4 pont)





XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Váltó feladatsor



kategória

D-8. Egy kártyapakli 16 lapból áll, piros, sárga, zöld és kék színben van 1-1 kutya, macska, ló és hal. Alex kirakott négy lapot az asztalra a pakliból. Ezután Béla az egyik lapon megváltoztatta vagy a színt, vagy az állatot. Ekkor azt vette észre, hogy az így kapott négy kártyán mind a négy szín és mind a négy állat pontosan egyszer fordul elő. Hányféle lehetett az Alex által kirakott négy lap, ha a kirakott lapok sorrendje nem számít?

(4 pont)

D-9. Adott egy $ABCD$ trapéz, melynek az AB és CD oldalai párhuzamosak. A B és C csúcsok belső szögfelezőinek metszéspontja legyen M . Az M pontnak a BC oldalra vett tükörképe legyen P . A BC oldal hossza 6 egység, a D és P pontok távolsága 8 egység, továbbá $\angle CBP = 30^\circ$. Mennyi a DB szakasz egységeiben kifejezett hosszának négyzete?

(5 pont)

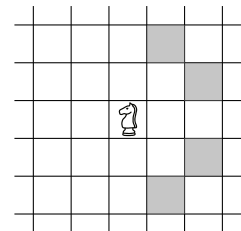
D-10. Scooby-Dooék a következő 30 évben minden januárban döntenek, hogy vagy lecserélik a járgányukat egy újra 9 Dürer dollárért, vagy megszervizeltetik az aktuális járgányukat annyi Dürer dollárért, ahány éves. Legalább hány Dürer dollárt kell Scooby-Dooéknak a járgányaikra költeniük a következő 30 évben összesen, ha már eldöntötték, hogy első alkalommal új járgányt fognak venni?

(5 pont)

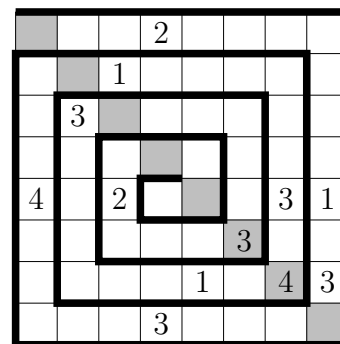
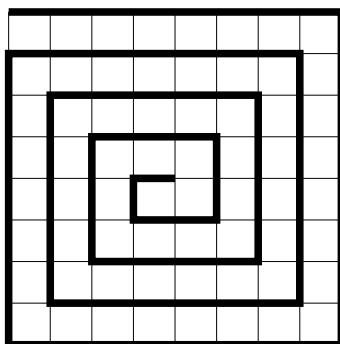
D-11. Hányféleképpen juthatunk el egy huszárral a 8×8 -as sakktábla bal alsó sarkából a jobb felső sarkába, ha nem léphetünk balra?

Az ábrán a sötét mezők mutatják, hogy hová tud egy huszár egy lépésben eljutni úgy, hogy nem lép balra. A huszárral nem léphetünk le a sakktábláról.

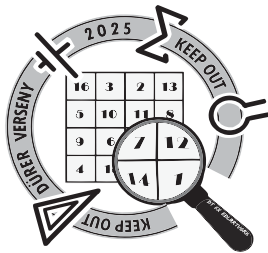
(5 pont)



D-12. Csabinak, a kis csigának a háza a bal oldali ábrán látható módon 8×8 négyzetből áll. Csabi most tanulja a számokat, egyelőre még csak 4-ig tud számolni. Csabi bátyja úgy akarja segíteni a tanulását, hogy néhány négyzetbe beír egy számot az 1, 2, 3, 4 közül. Szeretné, hogy a csigavonal mentén kívülről befelé haladva a nemüres négyzetekben az 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, ..., 4 számok szerepeljenek ebben a sorrendben. Továbbá, hogy Csabi fel ne boruljon, arra is szeretne figyelni, hogy minden sorban és oszlopban mind a négy számjegy pontosan egyszer szerepeljen. Eddig a jobb oldali ábrán látható jegyeket írta be, segíts neki befejezni a kitöltést! Mennyi lesz végül azon sötét mezőkben lévő számok szorzata, melyek nem maradnak üresen?



(5 pont)



XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Váltó feladatsor



D-13. Hányféleképpen lehet lehelyezni 5 bástyát egy 5×5 -ös sakktáblára úgy, hogy minden olyan mezőnek, amin nincs bástya, legyen a sorában vagy oszlopában bástya?

Két esetet különbözőnek tekintünk, ha van olyan mező, amelyiken az egyik esetben van bástya, a másikban nincs. (6 pont)

D-14. Adott a síkon 600 pont, melyek egy szabályos 600-szög csúcsait alkotják. Megrajzoltuk az összes olyan szabályos sokszöget, amelynek csúcsai a pontok közül kerülnek ki és a szögek fokban mérve egészek. Mennyi a megrajzolt sokszögek oldalszámainak összege? (6 pont)

D-15. Egy táblán szerepel két szám. Dani egy lépésben mindig letörli az egyik számot, és felírja helyette a két szám összegét. Ezt addig csinálja, amíg a táblán először megjelenik a 42. Hányféleképpen juthat el ehhez a számhoz, ha kezdetben két darab 1-es szerepel a táblán?

Két eljutás megegyezik, ha Dani a két eljutás minden lépésében megegyező értékű számot töröl le. (6 pont)

D-16. A rendőrségen 16 gyanúsított áll sorban, kihallgatásra várva. A háklis rendőr egy lépésben megcserélhet két szomszédos gyanúsítottat egymással. Legalább hány lépésre van szüksége ahhoz, hogy biztosan el tudja érni, hogy egyik gyanúsított se álljon két nála alacsonyabb vagy két nála magasabb ember között?

Minden gyanúsított különböző magasságú. (6 pont)