

XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

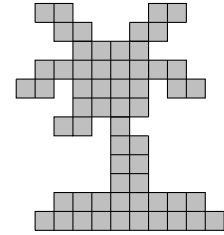
Váltó feladatsor



kategória

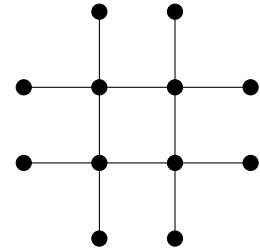
E-1. Hányféleképpen lehet felírni a 13860-at két relatív prím, pozitív egész szám szorzataként? Két felbontást nem tekintünk különbözőnek, ha a két szám ugyanaz, csak más sorrendben. (3 pont)

E-2. Mennyi a legkisebb olyan körlap sugarának a négyzete, amely teljesen lefedi az ábrázolt pálmafát, és a sugarának négyzete egész szám? Az ábrán a kis négyzetek oldalainak hossza 1. (3 pont)



E-3. Molli és Tamás meglátogattak 4-4 várost úgy, hogy köztük csak utak mentén közlekedtek. Az ábrán pontok jelölik városokat, ahol járhattak, és szakaszok a köztük haladó utakat. Tudjuk, hogy minden városban legfeljebb az egyikük járt, valamint minden városban legfeljebb egyszer jártak. Hányféleképpen teheték ezt meg?

Két esetet akkor tekintünk különbözőnek, ha Molli és Tamás közül legalább az egyikük más városokat látogatott meg, vagy ugyanazokat más sorrendben.



(3 pont)

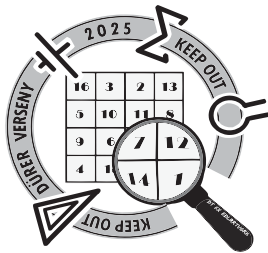
E-4. Hány olyan négyjegyű szám van, melynek minden számjegye különböző, a számjegyei csökkenő sorrendben állnak, továbbá az első és utolsó számjegyének szorzata megegyezik a két középső számjegyének szorzatával? (3 pont)

E-5. Az ABC háromszög AB , BC és CA oldalai rendre 5, 3 és 4 hosszúak. Legyen D az AB oldal A -hoz közelebbi harmadolópontja. Húzzunk párhuzamost AC -vel D -n keresztül, ennek a BC -vel vett metszéspontja legyen E . Legyen d a BDE és az ABC háromszög súlypontjainak távolsága. Mennyi d^2 értéke? Válaszként a tört egyszerűsített alakjában a számláló és a nevező összegét adjátok meg! (4 pont)

E-6. Scooby-Dooék a következő 30 évben minden januárban döntenek, hogy vagy lecserélik a járgányukat egy újra 9 Dürer dollárért, vagy megszervizeltetik az aktuális járgányukat annyi Dürer dollárért, ahány éves. Legalább hány Dürer dollárt kell Scooby-Dooéknak a járgányaikra költeniük a következő 30 évben összesen, ha már eldöntötték, hogy első alkalommal új járgányt fognak venni? (4 pont)

E-7. Hányféleképpen lehet lehelyezni 5 bástyát egy 5×5 -ös sakktáblára úgy, hogy minden olyan mezőnek, amin nincs bástya, legyen a sorában vagy oszlopában bástya?

Két esetet különbözőnek tekintünk, ha van olyan mező, amelyiken az egyik esetben van bástya, a másikban nincs. (4 pont)



XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Váltó feladatsor

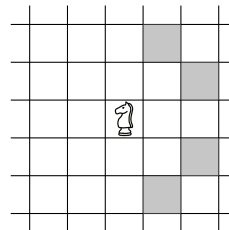


kategória

E-8. Adott a síkon 600 pont, melyek egy szabályos 600-szög csúcsait alkotják. Megrajzoltuk az összes olyan szabályos sokszöget, amelynek csúcsai a pontok közül kerülnek ki és a szögeik fokban mérve egészek. Mennyi a megrajzolt sokszögek oldalszámainak összege? (4 pont)

E-9. Hányféleképpen juthatunk el egy huszárral a 8×8 -as sakktábla bal alsó sarkából a jobb felső sarkába, ha nem léphetünk balra?

Az ábrán a szürke mezők mutatják, hogy hová tud egy huszár egy lépésben eljutni úgy, hogy nem lép balra. A huszárral nem léphetünk le a sakktábláról. (5 pont)



E-10. A rendőrségen 16 gyanúsított áll sorban, kihallgatásra várva. A háklis rendőr egy lépésben megcserélhet két szomszédos gyanúsítottat egymással. Legalább hány lépésre van szüksége ahhoz, hogy biztosan el tudja érni, hogy egyik gyanúsított se álljon két nála alacsonyabb vagy két nála magasabb ember között?

Minden gyanúsított különböző magasságú.

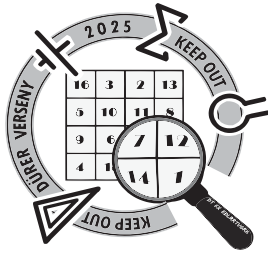
(5 pont)

E-11. Adott egy $ABCD$ trapéz, melynek az AB és CD oldalai párhuzamosak. Az AB , BC , CD , DA oldalak rendre 128, 106, 5, és 65 egység hosszúak. Az A és D csúcsok belső szögfelezőinek metszéspontja legyen X , a B és C csúcsok belső szögfelezőinek metszéspontja legyen Y . Hány egység hosszú az XY szakasz? (5 pont)

E-12. Egy táblán szerepel két szám. Dani egy lépésben mindig letörli az egyik számot, és felírja helyette a két szám összegét. Ezt addig csinálja, amíg a táblán először megjelenik a 42. Hányféleképpen juthat el ehhez a számhoz, ha kezdetben két darab 1-es szerepel a táblán?

Két eljutás megegyezik, ha Dani a két eljutás minden lépésében megegyező értékű számot töröl le. (5 pont)

E-13. Benedek egy kétsoros táblázat felső sorába néhány egymást követő 1-nél nagyobb természetes számot írt növekvő sorrendben egymás mellé, majd mindegyik alá a második sorba leírta a legkisebb prímosztóját. Ezután kitörölte az eredeti számokat. Ekkor a táblázatban szereplő számok mindegyikére teljesült, hogy tőle az egyik irányban (balra vagy jobbra) legalább annyi szám volt, mint maga a szám. Legalább hány számot írt be eredetileg Benedek a táblázat felső sorába? (6 pont)



XVIII. Dürer Verseny

Döntő (2025. 02. 07-09.)

Váltó feladatsor



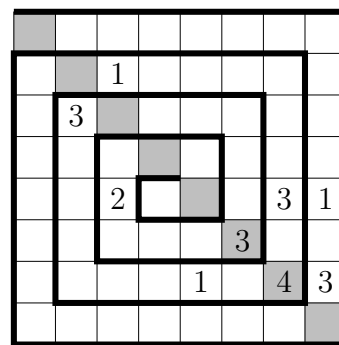
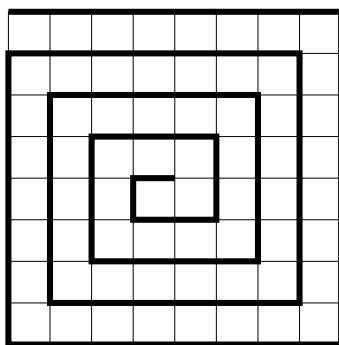
E kategória

E-14. Anett és Andris egy olyan országban laknak, ahol az autók rendszáma 3 számjegyből áll (000-tól 999-ig) és minden autónak különböző rendszáma van. Az autópályán mennek, és a következő játékot játsszák: Andris gondol egy számra 000 és 999 között, és amikor egy autó megelőzi őket, akkor ennek a kocsinak a rendszámának minden helyiértékéről elárulja, hogy a következő három állítás közül melyik teljesül rá:

- A rendszám adott helyiértéken lévő számjegye megegyezik a gondolt szám adott helyiértékén lévő számjegyével.
- A rendszám adott helyiértéken lévő számjegye szerepel a gondolt számban, de csak valamelyik másik helyiértéken.
- A rendszám adott helyiértéken lévő számjegye egyáltalán nem szerepel az Andris által gondolt számban.

Andris ezenkívül azt is megmondta Anettnek, hogy nincs két egyforma számjegy az általa gondolt számban. Legalább hány különböző autónak kell megelőznie őket ahhoz, hogy Anett biztosan ki tudja találni a gondolt számot? (6 pont)

E-15. Csabinak, a kis csigának a háza a bal oldali ábrán látható módon 8×8 négyzetből áll. Csabi most tanulja a számokat, egyelőre még csak 4-ig tud számolni. Csabi bátyja úgy akarja segíteni a tanulását, hogy néhány négyzetbe beír egy számot az 1, 2, 3, 4 közül. Szeretné, hogy a csigavonal mentén kívülről befelé haladva a nemüres négyzetekben az 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, \dots , 4 számok szerepeljenek ebben a sorrendben. Továbbá, hogy Csabi fel ne boruljon, arra is szeretne figyelni, hogy minden sorban és oszlopban mind a négy szám pontosan egyszer szerepeljen. Eddig a jobb oldali ábrán látható jegyeket írta be, segíts neki befejezni a kitöltést! Mennyi lesz végül azon sűrke mezőkben lévő számok szorzata, melyek nem maradnak üresen?



(6 pont)

E-16. Legyen a és b két olyan valós szám, melyekre $a^2 + b^2 = 1$ és $a^{10} + b^{10} = \frac{11}{36}$. Mennyi $a^{12} + b^{12}$?
Válaszként a tört egyszerűsített alakjában a számláló és a nevező összegét adjátok meg! (6 pont)