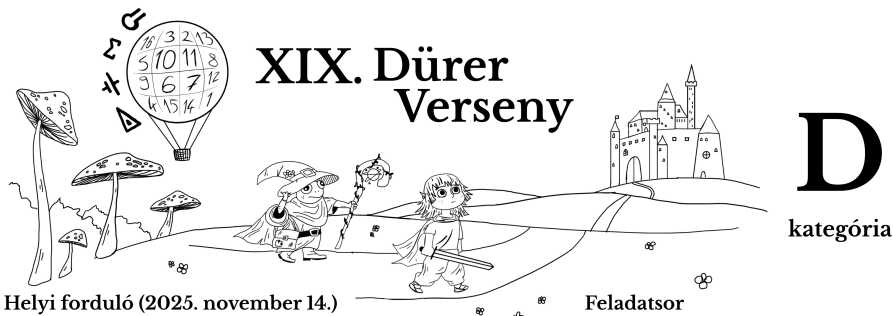
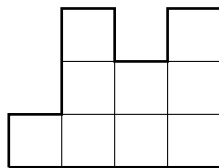




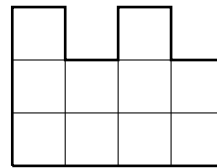
Rövid válaszós feladatok

Az 1-4. feladatok megoldását a Válaszlapon a feltüntetett helyekre íjátok, indokolni nem kell őket.
Ezek a feladatok 6-6 pontot érnek, és részpontszám is szerezhető rájuk.

1. Egy 4×4 -es táblán egységkockák vannak egymásra helyezve. Ha szemből, illetve jobb oldalról nézzük az építményt, akkor az alábbi alakzatokat látjuk:



szemből nézve



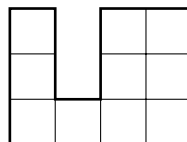
jobbról nézve

Mi lehet az építményben lévő kockák számának lehető legkisebb és legnagyobb értéke? A Válaszlapon a 4×4 -es táblázatokba íjátok be a legkevesebb és a legtöbb kockából álló építményeket, megadva, hogy az adott mezőn hány egységkocka van egymáson!

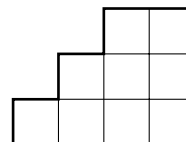
Az is megengedett, hogy egy mezőn nincs kocka.

Alább látható egy példaépítmény, valamint a szemből és jobb oldalról való nézete.

2	1	3	1
3	1	2	3
1	0	2	0
1	1	1	1



szemből



jobbról

Hegedűs Dani feladata

2. Frodó a Mordorba tartó hosszú utazása előtt 11 napig futással edzett. Az első napon 2 mérföldet futott. Ezt követően minden reggel eldöntötte, hogy mekkora távot teljesít aznap. Ha fáradt volt, akkor 1 mérfölddel kevesebbet futott, mint az azt megelőző napon, különben az előző napi táv kétszeresét tette meg. Az utolsó napon Frodó 13 mérföldet futott. Hányféleképpen tudta ezt elérni? A Válaszlapon adjátok meg minél többféle sorozatát az egyes napokon Frodó által megtett távoknak!

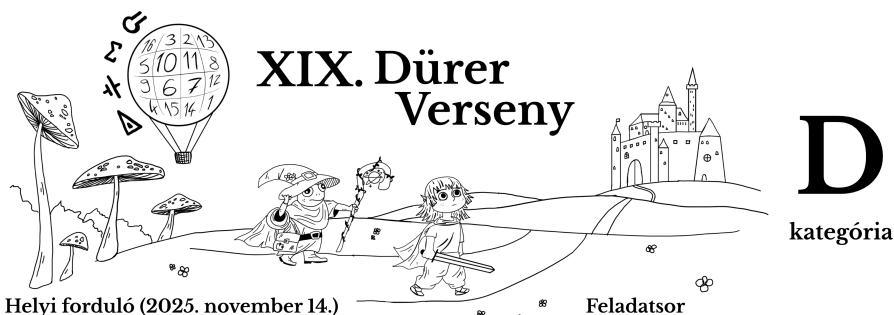
Török Eszter feladata

3. Egy legalább kétjegyű pozitív egész szám *prímtökéletes*, ha bármely két szomszédos számjegyét balról jobbra összeolvasva kétjegyű prímszámot kapunk, és az így kapott prímszámok mind különbözőek. Mi a legnagyobb prímtökéletes szám? Adjátok meg a Válaszlapon egy minél nagyobb prímtökéletes számot! Például a 113 *prímtökéletes*, de az 1717 és a 347 *nem*.

Halasi Gergő feladata

4. Ron egy háromszöget akkor tart szépnek, ha az oldalai cm-ben mérve egész számok és a területe cm^2 -ben mérve egész szám. Melyik 30 cm^2 -nél nem nagyobb területű háromszögeket tartja szépnek Ron? A Válaszlapon adjátok meg minél több páronként nem egybevágó szép háromszöget, az oldalhosszak felsorolásával!

Hegedűs Dani feladata



Kifejtős feladatok

Az 5-7. feladatok megoldását külön-külön lapon írástok, részletesen indokolva a megoldás menetét. Minden lapon szerepeljen a **csapatnév**, a **kategória** és a **feladat sorszáma**. Ezek a feladatok 12-12 pontot érnek.

5. Legyen az $ABCDE$ szabályos ötszög köréírt köre k . A D -ben k -hoz húzott érintő és az AE egyenes metszéspontja legyen F . Bizonyítsátok be, hogy FC merőleges BC -re!

Hegedűs Dani feladata

6. Egy versenyen több különböző kategóriában összesen 20 versenyző indul, mindenki pontosan egy kategóriában. A 2, 3, ..., 21 rajtszámokat a verseny kezdete előtt a szervező úgy osztja szét köztük, hogy mindenki egy-egy rajtszámot kap. A szervező szeretné úgy kiosztani a rajtszámokat, hogy akár-hogy is alakul a verseny a kategóriákon belül, bármely két kategória dobogósai között találjon egy-egy embert, akiknek a rajtszámok nem relatív prímek.

a) Bizonyítsátok be, hogy a szervező szét tudja így osztani a rajtszámokat, ha 5 kategória van, mind-egyikben 4-4 versenyzővel!

b) Ki tudja-e osztani a rajtszámokat a szervező ilyen módon, ha 4 kategóriában indul 5-5 versenyző?

c) Létezik-e a fentieknek megfelelő kiosztása a rajtszámoknak, ha két tízfős kategória van a versenyen? A dobogón egy kategóriában mindig három versenyző áll. A szervező tudja, hogy melyik versenyző melyik kategóriában indul. Két különböző egész szám relatív prím, ha a legnagyobb közös osztójuk 1.

Például a b) részben az nem jó kiosztása a rajtszámoknak, ha az első kategóriában a 4, 11, 14, 20, 21 rajtszámok, míg a második kategóriában a 3, 9, 10, 12, 15 rajtszámok szerepelnek, mert ekkor nem igaz, hogy bármilyen eredmény esetén lesz a dobogókon egy-egy versenyző, akiknek a rajtszáma nem relatív prím. Ugyanis ha az első kategóriában a 4, 11 és 14 rajtszámú versenyzők végeznek a dobogón, a másodikban pedig a 3, 9 és 15 rajtszámúak, akkor bárhogy is választunk egy rajtszámot az első dobogóról, és egyet a másodiktól, azok mindenképpen relatív prímek lesznek.

Halasi Gergő feladata

7. Egy szabályos n -szög felosztása alatt $n - 3$ páronként nem metsző átló behúzását értjük. Egy felosztást nevezzünk trükkösnek, ha az így keletkező $n - 2$ háromszög közül pontosan kettő egyenlő szárú.

a) Mutassátok meg, hogy egy szabályos n -szögnek létezik trükkös felosztása, ha $n \geq 4$ páros!

b) Mutassátok meg, hogy egy szabályos 9-szögnek nem létezik trükkös felosztása!

c) Mutassátok meg, hogy egy szabályos n -szögnek nem létezik trükkös felosztása, ha $n \geq 5$ páratlan!

Tarján Berci és Varga Boldi feladata

A versenyen összesen 60 pont szerezhető, és a feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánunk!

A XIX. Dürer Verseny szervezői