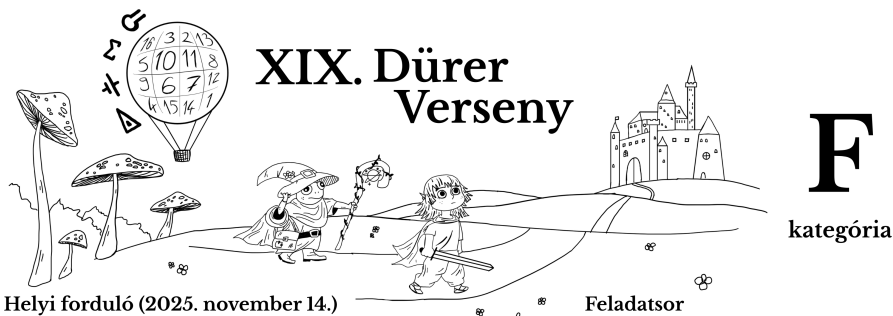




Figyelem! A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldások számszerű közlése, levezetés és a logikai lépések szöveges indoklása is szükséges (pl. „Newton III. törvénye alapján...”)!

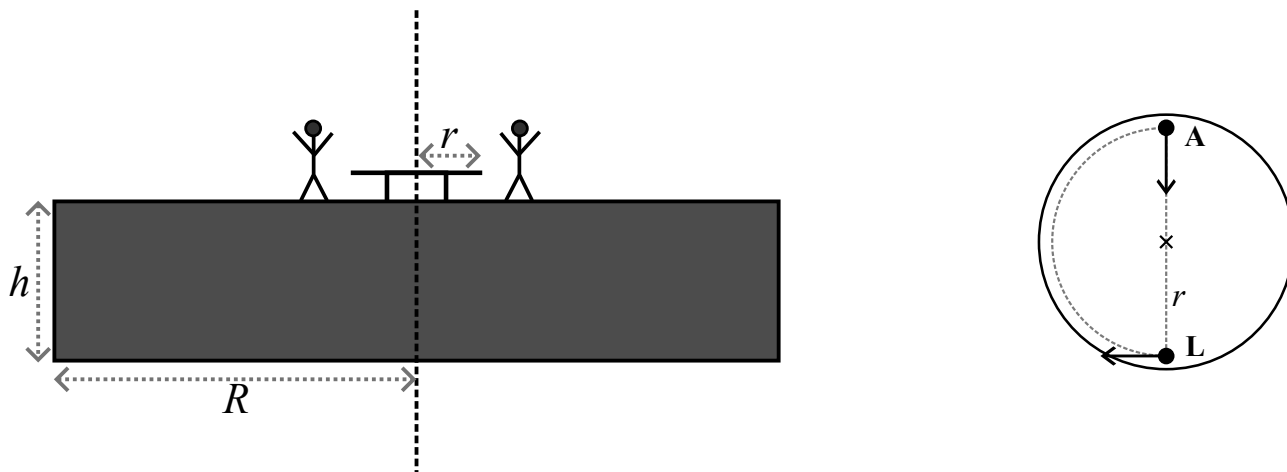
1. feladat (15 pont)

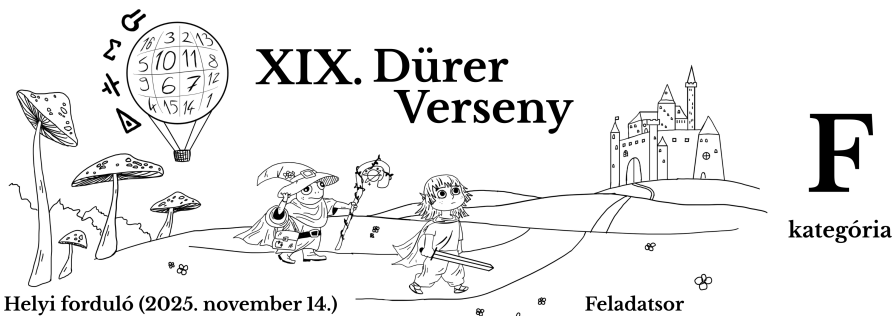
Egy R sugarú körforgalomban Robi épp azzal kísérletezik, hogy legfeljebb mekkora állandó nagyságú sebességgel tud haladni autójával anélkül, hogy felborulna. Robi autóját modellezzük egy ℓ hosszúságú, d szélességű és h magasságú, homogén tömegeloszlású téglatestként, ahol $d, \ell \ll R$. Feltehetjük, hogy az autó sugárirányba nem csúszik meg. Legfeljebb mekkora sebességgel haladhat Robi ahhoz, hogy ne boruljon fel?

2. feladat (21 pont)

A Düránusz a Földdel ellentétben lapos, tehát modellezhető egy h magasságú, R sugarú hengerként ($h \ll R$), amely nem forog, és csak a felső körlapján van élet. Ennek a körlapnak a közepén szimmetrikusan helyezkedik el Artúr kerekasztala, mely a bolygónál jóval kisebb. A lovagok azon versenyeznek, hogy melyikük tudja gyorsabban odalökni a súrlódásmentes asztalnál az átellenes oldalon (az átmérő másik végén) ülő barátjának a sörét. Artúr (A) mindezt úgy teszi, hogy egyszerűen csak elengedi a korsót, mire az – a többi lovag számára mágikus módon – elkezd az átmérő mentén mozogni, és pont a barátja kezében áll meg. Ezzel szemben Lancelot (L) úgy oldja meg a feladatot, hogy kellően nagy sebességgel meglöki a korsóját az asztalhoz képest érintő irányba, mire az végigmegy az asztal kerületén, és így ér cimborája kezébe, ahogy az *ábra* is mutatja. Melyikük juttatja el gyorsabban a sört a vele szemben ülő lovagnak, és mennyi idő alatt teszi ezt?

Megjegyzés: A Düránuszon mindent szabad, így kis α szögekre használható a $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha)$ közelítés. Emellett a bolygó különös tömegeloszlása miatt gravitációját modellezhetjük úgy, hogy az a felszínen minden m tömegű testre mg nagyságú, a bolygó (a henger) középpontja felé mutató erővel hat.





3. feladat

(22 pont)

Két, kerékpárral együtt egyenként 80 kg tömegű kerékpáros egy verseny utolsó 2 kilométeréhez érkezik. A következő 1,5 km 3 %-os, az utolsó 0,5 km pedig 10 %-os emelkedő. Az A jelű versenyző végig 300 W teljesítményt ad le, míg ellenfele, a B jelű versenyző, ugyanezzel a teljesítménnyel halad, viszont képes 350 W teljesítmény leadására egy percen át (feltehetjük, hogy ezalatt nem tesz meg 500 m-nél nagyobb távot, illetve hogy a gyorsulás és lassulás ideje nagyon rövid). Mekkora lesz az időkülönbség a célban a két versenyző között, ha a B jelű versenyző

- a legjobban időzíti támadását?
- a legrosszabbul időzíti támadását?

A közegellenállási erő az $F_k = kv^2$ összefüggéssel határozható meg, ahol v a kerékpáros sebessége, valamint $k = 0,3 \text{ kg/m}$ mindkét versenyző esetén. Vegyük figyelembe továbbá a kerekek gördülési ellenállását is, amely az $F_s = \mu_s N$ egyenlettel írható le, ahol N a nyomóerő, és $\mu_s = 0,01$ a két kerékre összesen.

Útmutatás: Az $x^3 + px + q = 0$ alakú egyenletek megoldásához vezessük be a $D = (q/2)^2 + (p/3)^3$ változót, majd a megoldást keressük az $x = \sqrt[3]{-q/2 + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{-q/2 - \sqrt{D}}$ összefüggéssel!

Megjegyzés: Egy emelkedőt x %-osnak nevezünk, ha azt egy derékszögű háromszögnek tekintve a dőlésszöggel szemközti és a szög melletti befogó hányadosa $x/100$.

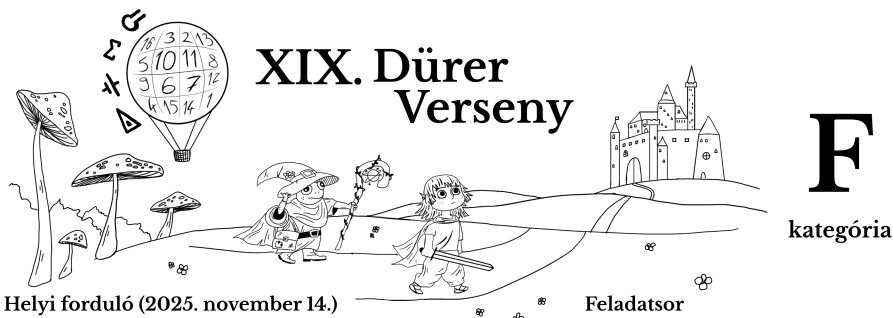
4. feladat

(23 pont)

Egy függőleges pezsgősüvegben a folyadékon kívül V_0 térfogatú, p_0 nyomású levegő található. A pezsgő m_0 tömegű oldott CO_2 -t tartalmaz. Az üveg tetejét a külvilágtól egy A keresztmetszetű, d magasságú, m tömegű dugó zárja el, melyre állandó S nagyságú súrlódási erő hat és a teteje éppen nem lóg ki az üvegből. A környezet hőmérséklete mindvégig T , a külső légköri nyomás p_k , továbbá az üveg fala jó hővezető.

- Az m_0 tömegű CO_2 mekkora részének kell elhagynia a folyadékot, például az üveg rázásának hatására, hogy a dugó kirepüljön a palackból?
- Mekkora sebességgel repül ki a dugó, ha az üveg rázása során az egyik kezünkkel befogjuk a dugót és addig rázzuk, amíg a CO_2 negyede ki nem szökik? A térfogatváltozásból származó nyomáscsökkenéstől tekintsünk el.

Adatok: $V_0 = 11$, $p_0 = 2,45 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $m_0 = 9 \text{ g}$, $A = 3 \text{ cm}^2$, $d = 5 \text{ cm}$, $m = 3 \text{ g}$, $S = 60 \text{ N}$, $T = 300 \text{ K}$, $p_k = 10^5 \text{ Pa}$, $M_{\text{CO}_2} = 44 \text{ g/mol}$.



5. feladat

(19 pont)

A Rutherford-kísérlet során egy M tömegű, $Q > 0$ töltésű, kezdetben álló aranyatommagot m tömegű, $q > 0$ töltésű alfa-részecskékkel bombáztak. Vizsgáljuk az ábrán látható alfa-részecskét, amelynek sebessége a távolból indulva v nagyságú, és egyenesen az aranyatommag felé tart.



- Mekkora lesz a mozgás során a részecske és az atommag minimális távolsága, ha feltesszük, hogy utóbbi rögzített?
- Mekkora lesz ugyanezen távolság, ha az atommag nem rögzített? Diskutáljuk az $M \gg m$ határesetet és annak az előző feladatrésszel való viszonyát!

Megjegyzés: A kísérlet környezetében esetlegesen fellelhető egyéb testek hatása elhanyagolható.

Használható segédeszközök: író- és rajzolóeszközök, számológép, függvénytáblázat.

A feladatok megoldására 180 perc áll a csapatok rendelkezésére.

Sikeres versenyzést kívánnak:

a szervezők